

Plan wynikowy kształcenia matematycznego jest dostosowany do programu nauczania matematyki w liceach i technikach –zakres podstawowy i rozszerzony, autorstwa Marcina Kurczaba, Elżbiety Kurczab i Elżbiety Świdry. Jest on przeznaczony dla uczniów po gimnazjum pracujących z podręcznikiem „Matematyka. Podręcznik do liceów i techników. Zakres podstawowy i rozszerzony” oraz zbiorami zadań do matematyki, autorstwa Elżbiety Kurczab, Marcina Kurczaba i Elżbiety Świdry, wydanymi przez Oficynę Edukacyjną Krzysztof Pazdro.

PLAN WYNIKOWY

(zakres podstawowy i rozszerzony)

klasa 1.

Wstęp

Plan jest wykazem wiadomości i umiejętności, jakie powinien mieć uczeń ubiegający się o określone oceny na poszczególnych etapach edukacji w liceum.

Wymagania stawiane przed uczniem podzielone są na trzy grupy:

- Wymagania podstawowe (zawierają wymagania konieczne);
- Wymagania dopełniające (zawierają wymagania rozszerzające);
- Wymagania wykraczające.

Ocenę dopuszczającą uzyskuje otrzymać uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 50–60% wymagań, zaś ocenę dostateczną uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 61 % wymagań. Ocenę dobrą uzyskuje uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące od 75% wymagań, zaś ocenę bardzo dobrą uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące od 90% wymagań. Ocenę celującą powinien uzyskać uczeń, który opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających

Spis treści

1. Wprowadzenie do matematyki. Pojęcia podstawowe
2. Działania w zbiorach liczbowych
3. Wyrażenia algebraiczne
4. Geometria płaska – pojęcia wstępne
5. Geometria płaska – trójkąty
6. Trygonometria
7. Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta
8. Funkcja i jej własności
9. Przekształcenia wykresów funkcji

1. Wprowadzenie do matematyki. Pojęcia podstawowe

Tematyka zajęć:

- Zbiór. Działania na zbiorach
- Prawa De Morgana
- Zbiory liczbowe. Oś liczbową
- Rozwiązywanie prostych równań
- Przedziały
- Rozwiązywanie prostych nierówności

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – zna prawa De Morgana (prawo negacji alternatywy oraz prawo negacji koniunkcji) i potrafi je stosować; – zna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiory równe, podzbiór zbioru;	Uczeń: – rozumie budowę twierdzenia matematycznego; potrafi wskazać jego założenie i tezę; – potrafi podać przykłady zbiorów A i B , jeśli dana jest suma $A \cup B$, iloczyn $A \cap B$ albo różnica $A - B$;	Uczeń: – potrafi stosować działania na zbiorach do wnioskowania na temat własności tych zbiorów; – potrafi określić dziedzinę i zbiór elementów spełniających równanie z jedną niewiadomą, zawierające wyrażenia wymierne lub pierwiastek

<ul style="list-style-type: none"> – zna symbolikę matematyczną dotyczącą zbiorów ($\in, \notin, \cup, \cap, -, \subset, \varnothing$); – potrafi podać przykłady zbiorów (w tym przykłady zbiorów skończonych oraz nieskończonych); – potrafi określić relację pomiędzy elementem i zbiorem; – potrafi określać relacje pomiędzy zbiorami (równość zbiorów, zawieranie się zbiorów, rozłączność zbiorów); – zna definicję sumy, iloczynu, różnicy zbiorów; – potrafi wyznaczać sumę, iloczyn i różnicę zbiorów skończonych; – potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych: N, C, NW, W; – potrafi rozróżniać liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne; – potrafi przedstawić liczbę wymierną w postaci ułamka zwykłego i w postaci rozwinięcia dziesiętnego; – umie zamienić ułamek o rozwinięciu dziesiętnym nieskończonym okresowym na ułamek zwykły; – potrafi zaznaczać liczby wymierne na osi liczbowej; – rozumie pojęcie przedziału, rozpoznaje przedziały ograniczone i nieograniczone; – potrafi zapisać za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami; – potrafi zaznaczyć na osi liczbowej podany przedział liczbowy; – potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną przedziałów; 	<ul style="list-style-type: none"> – zna pojęcie dopełnienia zbioru i potrafi zastosować je w działaniach na zbiorach; – potrafi wyznaczyć dopełnienie przedziału lub dopełnienie zbioru liczbowego skończonego w przestrzeni R; – potrafi przeprowadzić proste dowody, w tym dowody „nie wprost”, dotyczące własności liczb rzeczywistych; – potrafi wyznaczyć dziedzinę równania z jedną niewiadomą, w przypadku, gdy trzeba rozwiązać koniunkcję warunków; – potrafi podać przykład równania sprzecznego oraz równania tożsamościowego; – potrafi wskazać przykład nierówności sprzecznej oraz nierówności tożsamościowej; – zna prawa De Morgana 	<p>stopnia drugiego.</p>
--	---	--------------------------

– wie , co to jest równanie (nierówność) z jedną niewiadomą; – potrafi określić dziedzinę równania; – zna definicję rozwiązywania równania (nierówności) z jedną niewiadomą; – wie, jakie równanie nazywamy równaniem sprzecznym, a jakie równaniem tożsamościowym; – wie, jaką nierówność nazywamy sprzeczną, a jaką nierównością tożsamościową.		
---	--	--

2. Działania w zbiorach liczbowych

Tematyka zajęć:

- Zbiór liczb naturalnych
- Zbiór liczb całkowitych
- Zbiór liczb wymiernych i zbiór liczb niewymiernych
- Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych
- Rozwiązywanie równań – metoda równań równoważnych
- Rozwiązywanie nierówności – metoda nierówności równoważnych
- Procenty
- Punkty procentowe
- Wartość bezwzględna. Proste równania i nierówności z wartością bezwzględną
- **(R) Własności wartości bezwzględnej**
- Przybliżenia, błąd bezwzględny i błąd względny, szacowanie

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – potrafi wskazać liczby pierwsze i liczby złożone;	Uczeń: – zna definicję liczb względnie pierwszych;	Uczeń: – potrafi rozwiązywać zadania tekstowe

<ul style="list-style-type: none"> – zna i potrafi stosować cechy podzielności liczb naturalnych (przez 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10); – potrafi rozłożyć liczbę naturalną na czynniki pierwsze; – potrafi wyznaczyć największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb naturalnych; – potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb naturalnych; – zna definicję liczby całkowitej parzystej oraz nieparzystej; – potrafi sprawnie wykonywać działania na ułamkach zwykłych i na ułamkach dziesiętnych; – zna i stosuje w obliczeniach kolejność działań i prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych; – potrafi porównywać liczby rzeczywiste; – zna własność proporcji i potrafi stosować ją do rozwiązywania równań zawierających proporcje; – zna twierdzenia pozwalające przekształcać w sposób równoważny równania i nierówności; – potrafi rozwiązywać równania z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych; – potrafi rozwiązywać nierówności z jedną niewiadomą metodą nierówności równoważnych; – potrafi obliczyć procent danej liczby, a także wyznaczyć liczbę, gdy dany jest jej procent; – potrafi obliczyć, jakim procentem danej liczby jest druga dana liczba; – potrafi określić, o ile procent dana wielkość jest większa (mniejsza) od innej wielkości; – potrafi posługiwać się procentem w prostych zadaniach tekstowych (w tym wzrosty i spadki cen, podatki, kredyty i lokaty); 	<ul style="list-style-type: none"> – zna i stosuje w obliczeniach zależność dotyczącą liczb naturalnych różnych od zera: $NWD(a, b) \cdot NWW(a, b) = a \cdot b$; – potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb całkowitych ujemnych; – potrafi podać zapis symboliczny wybranych liczb, np. liczby parzystej, liczby nieparzystej, liczby podzielnej przez daną liczbę całkowitą, wielokrotności danej liczby; zapis liczby, która w wyniku dzielenia przez daną liczbę całkowitą daje wskazaną resztę; – potrafi zapisać symbolicznie zbiór na podstawie informacji o jego elementach; – potrafi wymienić elementy zbioru zapisanego symbolicznie; – potrafi wykazać podzielność liczb całkowitych, zapisanych symbolicznie; – umie podać część całkowitą każdej liczby rzeczywistej i część ułamkową liczby wymiernej; – wie, kiedy dwa równania (dwie nierówności) są równoważne i potrafi wskazać równania (nierówności) równoważne; – potrafi rozwiązać proste równania wymierne typu $\frac{2}{x+7} = \frac{1}{4}$; $\frac{x-5}{x-2} = 0$; – rozumie zmiany bankowych stóp procentowych i umie wyrażać je w punktach procentowych (oraz bazowych); – potrafi zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością - bezwzględną typu: $x - a = b$, $x - a < b$, $x - a > b$, $x - a \leq b$, $x - a \geq b$; – potrafi na podstawie zbioru rozwiązań 	<p>o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące własności liczb rzeczywistych;</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi zbadać liczbę rozwiązań równania typu $x - a + b - x = m$, gdzie a i b są danymi liczbami, zaś m – jest parametrem.
---	--	---

<ul style="list-style-type: none"> – rozumie pojęcie punktu procentowego i potrafi się nim posługiwać; – potrafi odczytywać dane w postaci tabel i diagramów, a także przedstawiać dane w postaci diagramów procentowych; – potrafi odczytywać dane przedstawione w tabeli lub na diagramie i przeprowadzać analizę procentową przedstawionych danych; – zna definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną; – potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby; – umie zapisać i obliczyć odległość na osi liczbowej między dwoma dowolnymi punktami; – potrafi wyznaczyć przybliżenie dziesiętne liczby rzeczywistej z żadaną dokładnością; – potrafi obliczyć błąd bezwzględny i błąd względny danego przybliżenia; – potrafi obliczyć błąd procentowy przybliżenia; – potrafi szacować wartości wyrażeń. 	<ul style="list-style-type: none"> – nierówności z wartością bezwzględną zapisać tę nierówność; – zna własności wartości bezwzględnej i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności; – potrafi oszacować wartość liczby niewymiernej. 	
---	--	--

3. Wyrażenia algebraiczne

Tematyka zajęć:

- Potęga o wykładniku naturalnym
- Pierwiastek arytmetyczny. Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej
- Działania na wyrażeniach algebraicznych
- Wzory skróconego mnożenia, cz.1
- **(R) Wzory skróconego mnożenia, cz.2**
- Potęga o wykładniku całkowitym ujemnym
- Potęga o wykładniku wymiernym

- Potęga o wykładniku rzeczywistym
- Dowodzenie twierdzeń
- Określenie logarytmu
- **(R) Zastosowanie logarytmów**
- Przekształcanie wzorów
- Średnie

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym; – zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach; – potrafi zapisać liczbę w notacji wykładniczej; – sprawnie sprowadza wyrażenia algebraiczne do najprostszej postaci i oblicza ich wartości dla podanych wartości zmiennych; – potrafi wyłączać wspólny czynnik z różnych wyrażeń; – potrafi sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ i sprawnie wykonuje działania na wyrażeniach, które zawierają wymienione wzory skróconego mnożenia; – potrafi usuwać niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia (różnicę kwadratów dwóch wyrażeń); – zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna następujące wzory skróconego mnożenia: $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$; – sprawnie przekształca wyrażenia zawierające powyższe wzory skróconego mnożenia; – potrafi usunąć niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia na sumę (różnicę sześciątów) – sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki; – sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie; – sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; – potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias; – potrafi rozłożyć wyrażenia na czynniki metodą grupowania wyrazów lub za pomocą wzorów skróconego mnożenia; – potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym; – potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem wprost; 	<p>– Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi sprawnie działać na wyrażeniach zawierających potęgi i pierwiastki z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia; – potrafi sprawnie rozkładać wyrażenia zawierające potęgi i pierwiastki na czynniki, stosując jednocześnie wzory skróconego mnożenia i metodę grupowania wyrazów; – potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu (a także cechy i mantysy logarytmu dziesiętnego) w zadaniach praktycznych.

<p>pierwiastkach w obliczeniach;</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych; – potrafi dowodzić proste twierdzenia; – zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji; – sprawnie przekształca wzory matematyczne, fizyczne i chemiczne; – zna pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej i średniej geometrycznej liczb oraz potrafi obliczyć te średnie dla podanych liczb. 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem nie wprost; – zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach; – stosuje średnią arytmetyczną, średnią ważoną i średnią geometryczną w zadaniach tekstowych. 	
--	--	--

4. Geometria płaska – pojęcia wstępne

Tematyka zajęć:

- Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt, figura wypukła, figura ograniczona
- Łamana. Wielokąt. Wielokąt foremny
- Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta
- Dwie proste przecięte trzecią prostą. Suma kątów w wielokącie
- **(R) Wektor na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych)**
- **(R) Wybrane przekształcenia płaszczyzny, cz.1**
- **(R) Wybrane przekształcenia płaszczyzny, cz.2**
- Twierdzenie Talesa
- Okrąg i koło
- Kąty i koła

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi; – zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur; – zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur; – umie określić położenie prostych na płaszczyźnie; – rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych; – zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;	Uczeń: – potrafi zapisać miarę stopniową kąta, używając minut i sekund; – zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej; – zna definicję wielokąta; – zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta; – wie, jaki wielokąt nazywamy foremnym; – potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego; – potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała; – zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych);	Uczeń: – potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń; – zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych; – umie udowodnić twierdzenia o kątach środkowych i wpisanych w koło; – umie udowodnić twierdzenie o kącie dopisanym do okręgu; – umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.

<ul style="list-style-type: none"> – zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań; – zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań, – umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka; – zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań; potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające; – zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach; – zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych; – zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań; – zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, środek okręgu, cięciwa, średnica, łuk okręgu; – potrafi określić wzajemne położenie prostej i okręgu; – zna definicję stycznej do okręgu; – zna twierdzenie o stycznej do okręgu i potrafi je wykorzystywać przy rozwiązywaniu prostych 	<ul style="list-style-type: none"> – wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne; – potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę; – zna prawa dotyczące działań na wektorach; – potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych; – zna definicję przekształcenia geometrycznego; – wie, co to jest punkt stały przekształcenia geometrycznego; – wie, jakie przekształcenie geometryczne jest tożsamościowe; – wie, jakie przekształcenie geometryczne jest izometrią; – zna definicje i własności takich przekształceń izometrycznych, jak: przesunięcie równoległe o wektor, symetria osiowa względem prostej, symetria środkowa względem punktu; – wie, co to jest oś symetrii figury (figura osiowosymetryczna); – wie, co to jest środek symetrii figury (figura środkowo symetryczna); – zna przekształcenia nieizometryczne – rzut równoległy na prostą oraz powinowactwo prostokątne; – potrafi skonstruować styczną do okręgu, przechodzącą przez punkt leżący w odległości większej od środka okręgu niż długość promienia okręgu; potrafi skonstruować styczną do okręgu przechodzącą przez punkt leżący na okręgu; – wie, co to jest kąt dopisany do okręgu; zna twierdzenie o kątach wpisanym i dopisanym do okręgu, opartych na tym samym łuku; – potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu 	
---	--	--

zadań; – zna twierdzenie o odcinkach stycznych i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań; – umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów; – posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła; zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań.	trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń; – potrafi rozwiązywać zadania złożone, wymagające wykorzystania równocześnie kilku poznanych własności.	
--	---	--

5. Geometria płaska – trójkąty

Tematyka zajęć:

- Podział trójkątów. Suma kątów w trójkącie. Nierówność trójkąta. Odcinek łączący środki dwóch boków w trójkącie
- Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa
- Wysokości w trójkącie. Środkowe w trójkącie
- Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie
- Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt
- Przystawanie trójkątów
- Podobieństwo trójkątów
- **(R) Twierdzenie o stycznej i siecznej**

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty; – wie, ile wynosi suma miar kątów w trójkącie i w czworokącie; – zna warunek na długość odcinków, z których można zbudować trójkąt;	Uczeń: – zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań; – potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;	Uczeń: – potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń; – potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;

<ul style="list-style-type: none"> – zna twierdzenie dotyczące odcinka łączącego środki dwóch boków trójkąta i potrafi je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań; – zna twierdzenie Pitagorasa i umie je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań; – zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i wykorzystuje je do sprawdzenia, czy dany trójkąt jest prostokątny; – umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny; – umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie; – zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań; – zna pojęcie środka ciężkości trójkąta; – zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie; – wie, że punkt przecięcia symetralnych boków trójkąta jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie i potrafi skonstruować ten okrąg; – zna twierdzenie o dwusiecznych kątów w trójkącie; – wie, że punkt przecięcia się dwusiecznych kątów w trójkącie jest środkiem okręgu wpisanego w ten trójkąt i potrafi skonstruować ten okrąg; – zna i stosuje przy rozwiązywaniu prostych zadań własności trójkąta równobocznego: długość wysokości w zależności od długości boku, długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie, długość promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt; 	<ul style="list-style-type: none"> – zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną; – potrafi obliczyć długość promienia okręgu wpisanego w trójkąt równoramienny i długość promienia okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym, mając dane długości boków trójkąta; – potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawiania trójkątów; – potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka; – potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta; – potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków i twierdzenie o dwusiecznych kątów w trójkącie; – umie udowodnić twierdzenie o odcinkach stycznych; – potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów wpisanych w trójkąt i okręgów opisanych na trójkącie; – potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązywania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności; – potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń; – zna twierdzenie o stycznej i siecznej oraz potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań geometrycznych. 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną. – potrafi udowodnić twierdzenie o stycznej i siecznej.
---	--	--

<p>– zna i stosuje własności trójkąta prostokątnego: suma miar kątów ostrych trójkąta, długość wysokości w trójkącie prostokątnym równoramiennym w zależności od długości przyprostokątnej; długość promienia okręgu opisanego na trójkącie i długość promienia okręgu wpisanego w trójkąt w zależności od długości boków trójkąta, zależność między długością środkowej poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego a długością przeciwprostokątnej;</p> <p>– zna podstawowe własności trójkąta równoramiennego i stosuje je przy rozwiązywaniu prostych zadań;</p> <p>– zna trzy cechy przystawiania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;</p> <p>– zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;</p> <p>– umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych.</p>		
---	--	--

6. Trygonometria

Tematyka zajęć:

- Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym
- Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla kątów 30° , 45° , 60°
- Kąt skierowany
- Sinus, cosinus, tangens i cotangens dowolnego kąta
- Podstawowe tożsamości trygonometryczne
- Wzory redukcyjne

- (R) Twierdzenie sinusów
- (R) Twierdzenie cosinusów

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków; – potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora); – zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30°, 45°, 60°; – potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne; – potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach 30°, 45°, 60°; – zna definicje sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dowolnego kąta wypukłego; – potrafi wyznaczyć (korzystając z definicji) wartości funkcji trygonometrycznych takich kątów wypukłych, jak: 120°, 135°, 150°; – zna znaki funkcji trygonometrycznych kątów wypukłych, różnych od 90°; zna wartości funkcji trygonometrycznych (o ile istnieją) kątów o miarach: 0°, 90°, 180°; – potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich; – zna i potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (w odniesieniu do kąta 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna pojęcie kąta skierowanego; – wie, co to jest miara główna kąta skierowanego i potrafi ją wyznaczyć dla dowolnego kąta; – zna definicje sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dowolnego kąta; – umie podać znaki wartości funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach; – potrafi obliczyć, na podstawie definicji, wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 210°, 240°, 315°, 330° itd.; – umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze α, gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta; – zna i potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone) – zna i potrafi stosować wzory redukcyjne; – potrafi dowodzić różne tożsamości trygonometryczne; – zna twierdzenie sinusów i potrafi je stosować w zadaniach geometrycznych; – zna twierdzenie cosinusów i potrafi stosować je w zadaniach geometrycznych; – potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując także wcześniej poznaną wiedzę o figurach geometrycznych. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi udowodnić twierdzenie sinusów; – potrafi udowodnić twierdzenie cosinusów; – potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.

<p>wypukłego):</p> $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1;$ <p>– zna wzory redukcyjne dla kąta $90^\circ - \alpha$, $90^\circ + \alpha$ oraz $180^\circ - \alpha$;</p> <p>– potrafi stosować poznane wzory redukcyjne w obliczaniu wartości wyrażeń;</p> <p>– potrafi zastosować poznane wzory redukcyjne w zadaniach geometrycznych;</p> <p>– potrafi zbudować kąt wypukły znając wartość jednej z funkcji trygonometrycznych tego kąta.</p>		
--	--	--

7. Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta

Tematyka zajęć:

- Pole figury geometrycznej
- Pole trójkąta, cz. 1
- Pole trójkąta, cz. 2
- Pola trójkątów podobnych
- Pole koła, pole wycinka koła
- **(R) Zastosowanie pojęcia pola w dowodzeniu twierdzeń**

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <p>– rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;</p> <p>– zna następujące wzory na pole trójkąta:</p> $P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4},$ <p>gdzie a – długość boku trójkąta równobocznego</p>	<p>Uczeń:</p> <p>– potrafi wyprowadzić wzór na pole trójkąta równobocznego i wzory: $P = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$,</p> $P = \frac{1}{2} p \cdot r,$ <p>gdzie $p = \frac{a+b+c}{2}$, ze wzoru</p> $P = \frac{1}{2} a h_a;$ <p>– potrafi rozwiązywać zadania geometryczne</p>	<p>Uczeń:</p> <p>– potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;</p> <p>– potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń.</p>

<p> $P = \frac{1}{2} a \cdot h_a,$ $P = a \cdot b \cdot \sin \gamma,$ gdzie $\gamma \in (0^\circ, 180^\circ)$ $P = \frac{abc}{4R},$ $P = \frac{1}{2} p \cdot r,$ gdzie $p = \frac{a+b+c}{2}$ $P = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$ gdzie $p = \frac{a+b+c}{2};$ – potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia; – potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole; – potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie; – zna twierdzenie o polach figur podobnych; potrafi je stosować przy rozwiązywaniu prostych zadań; – zna wzór na pole koła i pole wycinka koła; umie zastosować te wzory przy rozwiązywaniu prostych zadań; – wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań. </p>	<p> o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów; – potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych; – rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, – tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.) – potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola. </p>	
--	---	--

8. Funkcja i jej własności

Tematyka zajęć:

- Pojęcie funkcji. Funkcja liczbowa. Dziedzina i zbiór wartości funkcji
- Sposoby opisywania funkcji
- Wykres funkcji
- Dziedzina funkcji liczbowej
- Zbiór wartości funkcji liczbowej
- Miejsce zerowe funkcji
- **(R) Równość funkcji**
- Monotoniczność funkcji
- Funkcje różnowartościowe
- **(R) Funkcje parzyste i funkcje nieparzyste**
- **(R) Funkcje okresowe**
- **(R) Największa i najmniejsza wartość funkcji liczbowej**
- Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu
- Szkicowanie wykresów funkcji o zadanych własnościach
- Zastosowanie wykresów funkcji do rozwiązywania równań i nierówności.
- Zastosowanie wiadomości o funkcjach do opisywania, interpretowania i przetwarzania informacji wyrażonych w postaci wykresu funkcji

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – potrafi odróżnić funkcję od innych przyporządkowań; – potrafi podawać przykłady funkcji; – potrafi opisywać funkcje na różne sposoby: wzorem, tabelką, grafem, opisem słownym; – potrafi naszkicować wykres funkcji liczbowej	Uczeń: – potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem w przypadku, gdy wyznaczenie dziedziny funkcji wymaga rozwiązania koniunkcji warunków, dotyczących mianowników lub pierwiastków stopnia drugiego, występujących we wzorze; – potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji opisanej	Uczeń: – rozwiązuje zadania dotyczące funkcji o podwyższonym stopniu trudności.

<p>określonej słownie, grafem, tabelką, wzorem;</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi odróżnić wykres funkcji od krzywej, która wykresem funkcji nie jest; – zna wykresy funkcji, takich jak: $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{x}$; – potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem (w prostych przypadkach); – potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji liczbowej (w prostych przypadkach); – potrafi obliczyć wartość funkcji liczbowej dla danego argumentu, a także obliczyć argument funkcji, gdy dana jest jej wartość; – potrafi określić zbiór wartości funkcji w prostych przypadkach (np. w przypadku, gdy dziedzina funkcji jest zbiorem skończonym); – potrafi na podstawie wykresu funkcji liczbowej odczytać jej własności, takie jak: <ul style="list-style-type: none"> – dziedzina funkcji – zbiór wartości funkcji – miejsce zerowe funkcji – argument funkcji, gdy dana jest wartość funkcji – wartość funkcji dla danego argumentu – przedziały, w których funkcja jest rosnąca, malejąca, stała – zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie, nieujemne – najmniejszą oraz największą wartość funkcji; – potrafi interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji lub ich wzorów (np. dotyczące różnych zjawisk przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych); 	<p>wzorem;</p> <ul style="list-style-type: none"> – wie, jakie funkcje nazywamy równymi; – zna definicję funkcji parzystej oraz nieparzystej; – wie, jaką funkcję nazywamy okresową; – potrafi podać własności funkcji okresowej na podstawie jej wykresu; – potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dane funkcje są równe; – potrafi zbadać na podstawie definicji parzystość (nieparzystość) danej funkcji; – potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność danej funkcji; – potrafi udowodnić na podstawie definicji różnowartościowość danej funkcji; – potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji w przedziale domkniętym; – posługuje się wykresami funkcji: <ul style="list-style-type: none"> $y = \text{reszta z dzielenia } x \text{ przez } 3$, gdzie $x \in \mathbb{C}$, $y = \text{sgn } x$, $y = [x]$, $y = x - [x]$, $y = \max(5, x)$, $y = \min(x, 2x + 1)$; – potrafi stosować wiadomości o funkcji do opisywania zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym; – potrafi podać opis matematyczny prostej sytuacji w postaci wzoru funkcji; – potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami ciągłej na podstawie wzoru tej funkcji; – potrafi na podstawie wykresu funkcji kawałkami ciągłej omówić jej własności; – potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach. 	
---	---	--

– potrafi przetwarzać informacje dane w postaci wzoru lub wykresu funkcji; – umie na podstawie wykresów funkcji f i g podać zbiór rozwiązań równania $f(x) = g(x)$ oraz nierówności typu: $f(x) < g(x)$, $f(x) \geq g(x)$.		
---	--	--

9. Przekształcenia wykresów funkcji

Tematyka zajęć:

- Podstawowe informacje o wektorze w układzie współrzędnych
- Przesunięcie równoległe o wektor $\vec{u} = [p, q]$
- Symetria osiowa względem osi OX i osi OY
- Symetria środkowa względem punktu $(0, 0)$
- **(R) Wykres funkcji $y = |f(x)|$ oraz $y = f(|x|)$**
- **(R) Powinowactwo prostokątne o osi OX i o osi OY**
- **(R) Szkicowanie wykresów wybranych funkcji**
- **(R) Zastosowanie wykresów funkcji do rozwiązywania zadań**

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – zna określenie wektora i potrafi podać jego cechy; – potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora; – potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora; – potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej); – zna określenie wektorów równych i wektorów	Uczeń: – zna własności działań na wektorach i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności; – potrafi na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ sporządzić wykresy funkcji: $y = f(x) $, $y = f(x)$, $y = k \cdot f(x)$, $k \neq 0$ oraz $y = f(k \cdot x)$, $k \neq 0$; – potrafi naszkicować wykres funkcji, którego sporządzenie wymaga kilku poznanych przekształceń; – potrafi przeprowadzić dyskusję rozwiązań równania z parametrem $f(x) = m$, w oparciu	Uczeń: – potrafi rozwiązywać nietypowe zadania (o podwyższonym stopniu trudności), dotyczące przekształceń wykresów funkcji oraz własności funkcji.

<p>przeciwnych oraz potrafi stosować własności tych wektorów przy rozwiązywaniu zadań;</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie); – potrafi obliczyć współrzędne środka odcinka; – potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii osiowej względem osi OX oraz osi OY; – potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii środkowej względem punktu $(0,0)$; – potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor; – potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$, $y = f(x - p)$, $y = f(x - p) + q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ oraz $y = -f(-x)$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$; (potrafi narysować wykresy funkcji określonych wzorami, np.: $y = (x + 3)^2$; $y = \sqrt{x} - 4$; $y = -\frac{1}{x}$; $y = (x - 1)^2 - 5$, $y = -\sqrt{-x}$, $y = \frac{1}{x-2} + 3$); – umie podać własności funkcji: $y = f(x) + q$, $y = f(x - p)$, $y = f(x - p) + q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = -f(-x)$ w oparciu o dane własności funkcji $y = f(x)$; – potrafi zapisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przekształcenia wykresu funkcji f przez symetrię osiową względem osi OX, symetrię osiową względem osi OY, symetrię środkową względem początku układu 	<p>o wykres funkcji f;</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności. 	
---	---	--

współrzędnych, przesunięcie równoległe o dany wektor.		
---	--	--

PLAN WYNIKOWY

(zakres podstawowy)

klasa 2.

Spis treści

1.	Funkcja liniowa	4
2.	Funkcja kwadratowa	10
3.	Geometria płaska – czworokąty	15
4.	Geometria płaska – pole czworokąta	18
5.	Wielomiany	20
6.	Ułamki algebraiczne. Równania wymierne	23
7.	Ciągi	27

1. Funkcja liniowa

Tematyka zajęć:

- Proporcjonalność prosta
- Funkcja liniowa. Wykres funkcji liniowej
- Miejsce zerowe funkcji liniowej. Własności funkcji liniowej
- Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej
- Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych o współczynnikach kierunkowych różnych od zera
- Zastosowanie wiadomości o funkcji liniowej w zadaniach z życia codziennego
- Równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi
- Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi
- Zastosowanie układów równań liniowych do rozwiązywania zadań tekstowych

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą; potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności; rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej;– zna pojęcie funkcji liniowej;– potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej;– potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;– potrafi na podstawie wykresu funkcji liniowej (wzoru funkcji) określić monotoniczność funkcji;	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi przeprowadzić dowód warunku na prostopadłość wykresów funkcji liniowych o współczynnikach różnych od zera;– potrafi rozwiązywać zadania z wartością bezwzględną i parametrem dotyczące własności funkcji liniowej (o średnim stopniu trudności);– potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji;– potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY;	<p>Uczeń</p> <ul style="list-style-type: none">– rozwiązuje zadania nietypowe, o podwyższonym stopniu trudności.

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne); – potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej; – potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji; – wie, że współczynnik kierunkowy a we wzorze funkcji $y = ax + b$, oznacza tangens kąta nachylenia wykresu funkcji liniowej do osi OX; – wie, że współczynnik kierunkowy a we wzorze funkcji liniowej $y = ax + b$ wyraża się wzorem $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, gdzie $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ są punktami należącymi do wykresu tej funkcji; – potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach (np. takiej, której wykres przechodzi przez dwa dane punkty; jest nachylony do osi OX pod danym kątem i przechodzi przez dany punkt itp.); – potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie; – potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych; – potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest prostopadły do wykresu danej 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne); – potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności liniowe z wartością bezwzględną (o średnim stopniu trudności) i interpretować je graficznie; – potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem; – potrafi wyznaczyć wszystkie wartości parametru, dla których zbiorem rozwiązań nierówności liniowej z parametrem jest podany zbiór. 	
--	--	--

<p>funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;</p> <ul style="list-style-type: none"> – na podstawie wzorów dwóch funkcji liniowych potrafi określić wzajemne położenie ich wykresów; – potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące własności funkcji liniowej; – potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu (wzoru), zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć); – potrafi rozwiązać równanie liniowe z jedną niewiadomą; – potrafi rozwiązać nierówność liniową z jedną niewiadomą i przedstawić jej zbiór rozwiązań na osi liczbowej; – potrafi rozwiązać układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą; – potrafi interpretować graficznie równania i nierówności liniowe z jedną niewiadomą; – potrafi rozwiązywać algebraicznie proste równania i nierówności liniowe z wartością bezwzględną i interpretować je graficznie np.: $x - 2 = 3$, $x + 4 > 2$; – zna pojęcia równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; 		
---	--	--

<ul style="list-style-type: none"> – wie, że wykresem równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi jest prosta; – zna pojęcie układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; – potrafi rozpoznać układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny i umie podać ich interpretację geometryczną; – potrafi rozwiązywać algebraicznie (metodą przez podstawienie oraz metodą przeciwnych współczynników) układy dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; – potrafi graficznie rozwiązać układy dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. 		
---	--	--

Przykładowe zadania

<p><u>Zadanie 1.</u> Napisz wzór funkcji liniowej do wykresu, której należą punkty $A(1, 4)$ i $B(-10, 26)$. Naskicuj wykres tej funkcji i omów jej własności</p> <p><u>Zadanie 2.</u> a) Napisz wzór funkcji liniowej f, wiedząc, że jej wykres przechodzi przez punkt $A(-\sqrt{3}, -2)$ i jest nachylony do osi OX pod kątem 60°.</p>	<p><u>Zadanie 1.</u> Naskicuj wykres funkcji</p> $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{dla } x \in (-\infty, -1) \\ -x & \text{dla } x \in \langle -1, 1 \rangle \\ x-2 & \text{dla } x \in (1, +\infty) \end{cases}.$ <p>a) Oblicz miejsca zerowe funkcji f oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji f i osi OY.</p> <p>b) Wyznacz algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości nieujemne.</p>	<p><u>Zadanie 1.</u> Wyznacz wzór funkcji liniowej f, która dla każdego $x \in \mathbf{R}$ spełnia warunek: $f(2x - 1) = -6x + 4$.</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Funkcję $y = \operatorname{sgn}(a)$ (co oznacza: znak liczby a), definiujemy następująco:</p> $\operatorname{sgn}(a) = \begin{cases} 1 & \text{dla } a > 0 \\ 0 & \text{dla } a = 0 \\ -1 & \text{dla } a < 0 \end{cases}$
---	---	---

<p>b) Napisz wzór funkcji liniowej g, której miejscem zerowym jest liczba 4 i której wykres jest prostopadły do wykresu funkcji f.</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Funkcję liniową g opisuje wzór $g(x) = -3x + 4 + 2m$. Wyznacz wartości parametru m, dla których miejscem zerowym funkcji g jest liczba mniejsza od 9.</p> <p><u>Zadanie 4.</u> Właściciel sklepu z farbami zaopatruje się w odległej o 120 km fabryce farb i lakierów lub w położonej 10 km od sklepu hurtowni. W hurtowni za puszkę farby sklepikarz płaci 26 zł, zaś w fabryce taka sama puszka farby jest o 20% tańsza. Sklepikarz przywozi towar własnym samochodem, który pali średnio 8 litrów benzyny na 100 km. Litr benzyny kosztuje 5zł. Napisz wzór funkcji, która opisuje całkowity koszt zakupu farb, wraz z kosztami transportu, w przypadku zakupów w hurtowni ($y = h(x)$), jak i w fabryce ($y = f(x)$), gdzie x oznacza liczbę puszek farby.</p> <p><u>Zadanie 5.</u> Rozwiąż nierówność: $\sqrt{5}x > 4x - 1$.</p>	<p>c) Oblicz wartość funkcji f dla argumentu 6.</p> <p>d) Naszkicuj wykres funkcji $y = f(x)$ i na jego podstawie naszkicuj wykres funkcji $g(x) = f(-x)$; omów własności funkcji $y = g(x)$.</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Wyznacz zbiór tych wartości parametru m, dla których funkcja liniowa $f(x) = (m - 3 - 5)x - m + 10$ jest rosnąca i jednocześnie wykres tej funkcji przecina oś OY powyżej punktu $(0, 8)$.</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Wyznacz wszystkie wartości parametru k, dla których zbiorem rozwiązań nierówności liniowej $(4 - k^2)x + 1 + k > 0$ jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych.</p>	<p>Na podstawie powyższej definicji naszkicuj wykres funkcji: $f(x) = -2\operatorname{sgn}(-3x + 1) + 5$.</p>
--	--	--

Zadanie 6.

Przed 10 laty ojciec był dziesięć razy starszy od syna. Za 11 lat będą mieć razem 75 lat. Ile lat ma obecnie każdy z nich?

Zadanie 7.

Rozwiąż algebraicznie i graficznie układ równań
 $3x + y = 6$ i $5x + 2y = 8$.

2. Funkcja kwadratowa

Tematyka zajęć:

- Własności funkcji kwadratowej $y = ax^2$
- Wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej
- Związek między wzorem funkcji kwadratowej w postaci ogólnej a wzorem funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej
- Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej
- Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych. Odczytywanie własności funkcji kwadratowej na podstawie wykresu
- Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
- Badanie funkcji kwadratowej – zadania optymalizacyjne
- Równania kwadratowe
- Nierówności kwadratowe
- Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem $y = ax^2$, gdzie $a \neq 0$, oraz omówić jej własności na podstawie wykresu; – zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej $y = ax^2 + bx + c$, gdzie $a \neq 0$; – zna wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej $y = a \cdot (x - p)^2 + q$, gdzie $a \neq 0$; – zna wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej $y = a \cdot (x - x_1)(x - x_2)$, gdzie $a \neq 0$; – zna wzory pozwalające obliczyć: wyróżnik funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka	Uczeń: – potrafi rozwiązywać równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych; – potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym zadania geometryczne); – potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych;	Uczeń – potrafi wyprowadzić wzory na miejsca zerowe funkcji kwadratowej; – potrafi wyprowadzić wzory na współrzędne wierzchołka paraboli; – potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.

<p>paraboli, miejsca zerowe funkcji kwadratowej (o ile istnieją);</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych; – potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej; – potrafi sprawnie zamieniać jedną postać wzoru funkcji kwadratowej na drugą (wzór funkcji w postaci ogólnej, kanonicznej, iloczynowej); – interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej (wzór funkcji w postaci ogólnej, kanonicznej, iloczynowej); – potrafi podać niektóre własności funkcji kwadratowej (bez szkicowania jej wykresu) na podstawie wzoru funkcji w postaci kanonicznej (przedziały monotoniczności funkcji, równanie osi symetrii paraboli, zbiór wartości funkcji) oraz na podstawie wzoru funkcji w postaci iloczynowej (miejsca zerowe funkcji, zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie lub ujemne); – potrafi naszkicować wykres dowolnej funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru; – potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności; – potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej wykresie; 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać zadania z parametrem, o średnim stopniu trudności, dotyczące własności funkcji kwadratowej; – potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności funkcji kwadratowej. 	
---	---	--

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach; – potrafi przekształcić wykres funkcji kwadratowej (symetria względem osi OX, symetria względem osi OY, symetria względem punktu $O(0, 0)$, przesunięcie równoległe o wektor) oraz napisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w danym przekształceniu; – potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym; – potrafi algebraicznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą; – potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą; – potrafi rozwiązywać proste zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych z jedną niewiadomą; – potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące własności funkcji kwadratowej; – potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego, opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej. 		
---	--	--

Przykładowe zadania

<u>Zadanie 1.</u> Dana jest funkcja kwadratowa w postaci iloczynowej $f(x) = -2(x - 3)(x + 2)$, $x \in \mathbf{R}$.	<u>Zadanie 1.</u> Rozwiąż równanie $8\sqrt[3]{x^2} + 7\sqrt[3]{x} - 1 = 0$	<u>Zadanie 1.</u> Wiadomo, że miejscami zerowymi funkcji $f(x) = 3x^2 + bx + 15$ są liczby całkowite. Oblicz b .
	<u>Zadanie 2.</u>	

<p>a) Napisz wzór funkcji f w postaci kanonicznej oraz ogólnej.</p> <p>b) Naszkicuj wykres funkcji f.</p> <p>c) Określ zbiór wartości funkcji f, przedziały monotoniczności oraz zbiór tych argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości niedodatnie.</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Dana jest funkcja kwadratowa określona wzorem $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 8$, $x \in \mathbf{R}$.</p> <p>a) Wyznacz miejsca zerowe funkcji f.</p> <p>b) Rozwiąż nierówność $f(x) > -8$.</p> <p>c) Wyznacz największą oraz najmniejszą wartość funkcji f w przedziale $\langle 1, 3 \rangle$.</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Napisz wzór funkcji kwadratowej, jeśli wiadomo, że do jej wykresu należy punkt $A(1, 3)$ i dla argumentu 2 funkcja przyjmuje swą największą wartość równą 4.</p> <p><u>Zadanie 4.</u> Liczbę osób zwiedzających wystawę n-tego dnia od momentu jej otwarcia opisuje wzór: $W(n) = -4n^2 + 48n - 24$, gdzie $n \in \{1, 2, \dots, 11\}$. Odpowiedz na pytania: a) W którym dniu wystawę odwiedziło najwięcej osób?</p>	<p>Wyznacz wszystkie wartości parametru m ($m \in \mathbf{R}$), przy których funkcja określona wzorem $f(x) = (m - 1)x^2 + \sqrt{2}x + m$ jest funkcją kwadratową i przyjmuje wartości dodatnie, dla każdego $x \in \mathbf{R}$.</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Suma cyfr liczby trzycyfrowej wynosi 8, zaś suma kwadratów jej cyfr jest równa 30. Jeśli w liczbie zamienimy cyfry skrajne, to otrzymana liczba będzie o 396 większa od początkowej. Znajdź tę liczbę.</p> <p><u>Zadanie 4.</u> Wykaż, że funkcja kwadratowa f określona wzorem $f(x) = ax^2 + (a + c)x + c$, gdzie a i c są dowolnymi liczbami rzeczywistymi oraz $a \neq 0$, ma co najmniej jedno miejsce zerowe.</p> <p><u>Zadanie 5.</u> Firma zajmująca się wynajmem lokali ma do dyspozycji 180 pomieszczeń użytkowych. Wszystkie pomieszczenia są zajęte wówczas, gdy koszt wynajmu lokalu za jeden miesiąc wynosi 1200 zł. Firma oszacowała, że każda kolejna podwyżka czynszu o 40 zł zmniejsza o 5 liczbę wynajmowanych pomieszczeń.</p> <p>a) Zapisz wzorem przychód firmy w zależności od liczby podwyżek czynszu, z których każda wyniosła 40 zł.</p>	
--	---	--

<p>b) Ile osób odwiedziło wystawę podczas jej trwania?</p> <p><u>Zadanie 5.</u> Naszkicuj wykres funkcji $y = 2x^2$, $x \in \mathbf{R}$, a następnie przesun go o wektor $\vec{u} = [-4, 2]$; otrzymany wykres przekształć przez symetrię względem punktu $(0, 0)$. Napisz wzór funkcji, której wykres otrzymałeś. Omów własności otrzymanej funkcji.</p> <p><u>Zadanie 6.</u> Dana jest funkcja $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + bx - 3$, $x \in \mathbf{R}$.</p> <p>a) Wyznacz b tak, aby najmniejsza wartość funkcji wynosiła (-4).</p> <p>b) Wyznacz b tak, aby największy zbiór, w którym funkcja jest malejąca, był równy przedziałowi $(-\infty, 6)$.</p> <p>c) Wyznacz b tak, aby wierzchołek paraboli, która jest wykresem tej funkcji, należał do prostej o równaniu $y = 2x$.</p>	<p>b) Jaki miesięczny koszt wynajmu powinna ustalić firma, aby jej przychód był maksymalny? Ile wynosi maksymalny przychód?</p>	
--	---	--

3. Geometria płaska – czworokąty

Tematyka zajęć:

- Podział czworokątów. Trapezoidy
- Trapezy
- Równoległoboki
- Wielokąty – podstawowe własności
- Podobieństwo. Figury podobne
- Podobieństwo czworokątów

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– zna podział czworokątów;– potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu;– wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa 180° i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań;– zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;– potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów;– zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;– wie, jakie własności ma romb;	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt;– umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;– potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków;– potrafi uzasadnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała i wynosi 720°.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące czworokątów.

<ul style="list-style-type: none"> – zna własności prostokąta i kwadratu; – wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur; – wie, czym charakteryzuje się deltoid; – rozwiązując zadania dotyczące czworokątów, korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń, takich jak twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa, wykorzystuje wiedzę na temat trójkątów, stosuje również wiadomości z trygonometrii; – zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta wypukłego; – zna i potrafi stosować w zadaniach wzór na sumę miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego; – wie, co to jest kąt zewnętrzny wielokąta wypukłego i ile wynosi suma miar wszystkich kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego; – wie, jaki wielokąt jest wielokątem foremnym; – zna i rozumie definicję podobieństwa; – potrafi wskazać figury podobne; – potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów. 		
---	--	--

Przykładowe zadania

<u>Zadanie 1.</u> Różnica miar kątów przeciwległych trapezu równoramiennego wynosi 20° . Oblicz miary kątów trapezu.	<u>Zadanie 1.</u> Udowodnij, że w dowolnym czworokącie odcinki łączące środki przeciwległych boków dzielą się w punkcie przecięcia na połowy	<u>Zadanie 1.</u> Uzasadnij, że odcinek łączący środki przekątnych dowolnego trapezu jest równoległy do podstaw i jego długość jest równa połowie różnicy długości podstaw.
--	---	--

<p><u>Zadanie 2.</u> Z kawałka materiału w kształcie trapezu prostokątnego o podstawach długości 1,2 m i 0,4 m oraz wysokości 1,5 m wycięto chorągiewkę w kształcie trójkąta równoramiennego, którego podstawą jest dłuższe ramię trapezu, a jeden z wierzchołków należy do krótszego ramienia trapezu.</p> <p>a) Wyznacz długości odcinków, na jakie ten wierzchołek podzielił krótsze ramię trapezu.</p> <p>b) Oblicz długości boków chorągiewki.</p> <p>Wyniki podaj z dokładnością do 0,01 m.</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Skwer ma kształt rombu o boku mającym długość 65 m. Wzdłuż przekątnych rombu biegną alejki spacerowe, z których jedna jest o 70 m dłuższa od drugiej. Oblicz długość tych alejek.</p> <p><u>Zadanie 4.</u> W jakim wielokącie wypukłym liczba przekątnych jest 5 razy większa od liczby wierzchołków?</p>	<p><u>Zadanie 2.</u> W czworokącie $ABCD$ połączono środki boków i otrzymano prostokąt. Czy można twierdzić, że $ABCD$ jest rombem? Odpowiedź uzasadnij.</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Wykaż, że:</p> <p>a) jeśli przekątne prostokąta zawierają się w dwusiecznych jego kątów, to prostokąt jest kwadratem</p> <p>b) jeśli przekątne rombu mają równą długość, to romb jest kwadratem.</p>	
--	--	--

4. Geometria płaska – pole czworokąta

Tematyka zajęć:

- Pole prostokąta. Pole kwadratu
- Pole równoległoboku. Pole rombu
- Pole trapezu
- Pole czworokąta – zadania różne
- Pola figur podobnych
- Mapa. Skala mapy

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<ul style="list-style-type: none">– zna wzory na pola czworokątów, takich jak: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok oraz trapez i potrafi je stosować w prostych zadaniach, korzystając z wcześniej zdobytej wiedzy (w tym także z trygonometrii);– zna i potrafi stosować w prostych zadaniach zależność między skalą podobieństwa czworokątów a polami tych czworokątów;– potrafi rozwiązywać proste zadania z zastosowaniem skali mapy.	<ul style="list-style-type: none">– wie, jak obliczyć pole czworokąta, jeśli dane są długości jego przekątnych i miara kąta, pod jakim przecinają się te przekątne;– potrafi rozwiązywać zadania dotyczące pól czworokątów o średnim stopniu trudności.	<ul style="list-style-type: none">– potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące pól czworokątów.

Przykładowe zadania

<u>Zadanie 1.</u> Wysokości równoległoboku pozostają w stosunku 3 : 5, a jeden bok jest o 6 cm dłuższy od drugiego. a) oblicz obwód równoległoboku;	<u>Zadanie 1.</u> Różnica pól dwóch kwadratów jest równa 27. Oblicz długość boków kwadratów, wiedząc, że są one liczbami naturalnymi.	<u>Zadanie 1.</u> Pola trójkątów, których podstawami są podstawy trapezu, a wspólnym wierzchołkiem jest punkt przecięcia
---	---	---

<p>b) wiedząc dodatkowo, że sinus kąta ostrego równoległoboku jest równy $\frac{\sqrt{5}}{3}$, oblicz pole równoległoboku i jego wysokości.</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Pole trapezu jest równe 21 cm^2, a wysokość jest równa 7 cm. Oblicz długości podstaw trapezu, jeśli jedna z nich jest o 3 cm dłuższa od drugiej.</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Pole kwadratu $A_1B_1C_1D_1$ jest o 69% większe od pola kwadratu $ABCD$. Oblicz skalę podobieństwa tych kwadratów.</p>	<p><u>Zadanie 2.</u> Oblicz pole równoległoboku, którego przekątne długości 13 cm i 8 cm przecinają się pod kątem 120°.</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Przekątne rombu mają długość 10 cm i 24 cm. Oblicz sinus kąta ostrego tego rombu i na tej podstawie ustal, czy kąt ostry rombu ma miarę większą od 45°, czy mniejszą.</p>	<p>się przekątnych tego trapezu, wynoszą P_1 i P_2. Oblicz pole trapezu.</p>
---	--	--

5. Wielomiany

Tematyka zajęć:

- Wielomiany jednej zmiennej rzeczywistej
- Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów
- Rozkładanie wielomianów na czynniki
- Równania wielomianowe
- Zadania prowadzące do równań wielomianowych

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej i potrafi określić stopień tego jednomianu;– potrafi wskazać jednomiany podobne;– potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej;– potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco);– potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej;– potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej;– potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie, mnożenie wielomianów;– potrafi sprawdzić, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;– potrafi rozłożyć wielomian na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia:	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi rozwiązywać równania wielomianowe, które można sprowadzić do równań kwadratowych przez odpowiednie podstawienie;– potrafi rozwiązywać zadania o wielomianach o średnim stopniu trudności;– potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów wymagające niekonwencjonalnych metod lub pomysłów, a także zadania o podwyższonym stopniu trudności z zastosowaniem poznanej wiedzy.

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$ $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ oraz zastosowanie metody grupowania wyrazów; – potrafi rozwiązywać równania wielomianowe, które wymagają umiejętności rozkładania wielomianów na czynniki wymienionych w poprzednim punkcie; – potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności wielomianów, w których występują parametry.		
---	--	--

Przykładowe zadania

<u>Zadanie 1.</u> Określ stopień jednomianu $F(x) = 3(x^7)^3 \cdot (x^4)^5$. <u>Zadanie 2.</u> Oblicz wartość wielomianu $W(x) = x^2 - 2x$ dla $x = \sqrt{2} - 1$. <u>Zadanie 3.</u> Dane są wielomiany: $W(x) = 2x^3 - 3x + 1$ oraz $P(x) = 4x^2 - x + 5$. Wykonaj działania: a) $W(x) - 2P(x)$; b) $W(x) + [P(x)]^2$.	<u>Zadanie 1.</u> Rozwiąż równania: a) $2x^4 - x^2 - 1 = 0$ b) $8x^6 - 65x^3 + 8 = 0$. <u>Zadanie 2.</u> Dany jest wielomian $W(x) = x^3 + (2a^3 - 6a^2)x^2 + 9a - 28$, którego suma współczynników wynosi zero. a) Wyznacz a . b) Dla znalezionej wartości a rozwiąż równanie $W(x) = 0$.	<u>Zadanie 1.</u> Rozłóż na czynniki wyrażenie $(ab + ac + bc)(a + b + c) - abc$. <u>Zadanie 2.</u> Rozłóż na czynniki, możliwie najniższego stopnia, wielomian $W(x) = 9x^4 + 9$.
--	---	--

<p><u>Zadanie 4.</u></p> <p>a) Rozłóż wielomian $W(x) = -2x^3 + 8x - x^2 + 4$ na czynniki liniowe.</p> <p>b) Wypisz pierwiastki tego wielomianu.</p> <p><u>Zadanie 5.</u></p> <p>Dany jest wielomian $W(x) = 3x^3 - 2x^2 + kx$.</p> <p>a) Wyznacz k tak, aby pierwiastkiem tego wielomianu była liczba 1.</p> <p>b) Dla wyznaczonej wartości k wyznacz pozostałe pierwiastki tego wielomianu.</p> <p><u>Zadanie 6.</u></p> <p>Rozwiąż równanie $(2x - 3)(x^2 - 1) = (5x + 6)(x^2 - 1)$.</p>	<p><u>Zadanie 3.</u></p> <p>Iloczyn trzech kolejnych liczb nieparzystych jest o 65 większy od różnicy kwadratów liczby największej i najmniejszej. Znajdź te liczby.</p>	
---	--	--

6. Ułamki algebraiczne. Równania wymierne

Tematyka zajęć:

- Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych
- Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych
- Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych
- Proste równania wymierne
- Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych
- Wykres i własności funkcji $y = \frac{a}{x}$
- Proporcjonalność odwrotna

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi określić dziedzinę ułamka algebraicznego; – potrafi napisać ułamek algebraiczny o zadanej dziedzinie; – potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych; – potrafi rozwiązywać proste równania wymierne; – potrafi narysować wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \in \mathbf{R} - \{0\}$, $x \in \mathbf{R} - \{0\}$; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna definicję funkcji homograficznej $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$, gdzie $a \neq 0$ – potrafi przekształcić wzór funkcji $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$, gdzie $x \neq -c$, tak by znany był wzór funkcji $y = \frac{a}{x}$ i współrzędne wektora przesunięcia równoległego; – potrafi narysować wykres funkcji $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$, gdzie $x \neq -c$; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące wyrażeń wymiernych.

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi opisać własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, $a \in \mathbf{R} - \{0\}, x \in \mathbf{R} - \{0\}$; – wie, jaką zależność pomiędzy dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością odwrotną; – potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności odwrotnej; – potrafi rozwiązywać proste zadania tekstowe z zastosowaniem wiadomości o proporcjonalności odwrotnej. 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi opisać własności funkcji homograficznej $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$, gdzie $x \neq -c$, na podstawie jej wykresu; – potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu, w którym wykres przecina oś OY; – potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji homograficznej; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności związane z funkcją homograficzną; – potrafi przekształcić wykres funkcji homograficznej w symetrii względem osi OX, symetrii względem osi OY, symetrii względem punktu $(0, 0)$, w przesunięciu równoległym o dany wektor oraz napisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku tego przekształcenia; – potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych. 	
--	--	--

Przykładowe zadania

<p><u>Zadanie 1.</u></p> <p>a) Wyznacz te wartości x, dla których podane ułamki algebraiczne mają sens liczbowy:</p> $\frac{x+2}{x-3}, \frac{x^2+1}{x^2+2x+1}, \frac{x}{x^3-4x^2+2x-8}$	<p><u>Zadanie 1.</u></p> <p>Wykres funkcji homograficznej o wzorze $f(x) = \frac{2x-3}{x+2}$ otrzymamy w wyniku przesunięcia</p>	<p><u>Zadanie 1.</u></p> <p>Z równania $\frac{1}{y-1} - \frac{1}{x+1} = 1$ wyznacz y jako funkcję zmiennej x. Następnie naszkicuj wykres tej funkcji i omów jej własności.</p>
--	---	---

<p>b) Podaj przykład ułamka algebraicznego, którego dziedziną jest zbiór $\mathbf{R} - \{2, 3, 7\}$.</p> <p><u>Zadanie 2.</u></p> <p>a) Skróć ułamki algebraiczne: $\frac{2x^4 - 4x^2}{8x^2}$ oraz $\frac{(2x-1)(x+4)}{4x^2-1}$; podaj konieczne założenia.</p> <p>b) Wykonaj dodawanie oraz odejmowanie ułamków algebraicznych: $\frac{x}{x-2} + \frac{2x+3}{x+4}$ oraz $\frac{x-5}{2x+3} - \frac{3}{4x^2-9}$; podaj konieczne założenia.</p> <p>c) Wykonaj mnożenie oraz dzielenie wyrażeń wymiernych: $\frac{x^2-4}{2x^2-x} \cdot \frac{2x-1}{5x+10}$ oraz $\frac{x^2+4x+4}{x^2-16} : \frac{x+2}{2x-8}$; podaj konieczne założenia.</p> <p><u>Zadanie 3.</u></p> <p>Dana jest funkcja o wzorze $f(x) = \frac{2}{x}$, gdzie $x \in \mathbf{R} - \{0\}$.</p> <p>a) Naskicuj wykres funkcji f i na jego podstawie omów własności funkcji.</p> <p>b) Dla jakiego argumentu wartość funkcji f wynosi 22?</p>	<p>równoległego wykresu funkcji $y = \frac{a}{x}$ o pewien wektor.</p> <p>a) Wyznacz wzór funkcji $y = \frac{a}{x}$ oraz współrzędne wektora przesunięcia.</p> <p>b) Oblicz miejsce zerowe funkcji f oraz współrzędne punktu, w którym wykres funkcji przecina oś OY.</p> <p>c) Naskicuj wykres funkcji f.</p> <p>d) Podaj przedziały monotoniczności funkcji f.</p> <p><u>Zadanie 3.</u></p> <p>Dwie sekretarki wykonały pewną pracę w ciągu 12 godzin. Gdyby pierwsza wykonała sama połowę pracy, a następnie druga resztę, to zużyłaby na to 25 godzin. W ciągu ilu godzin każda z sekretarek, pracując oddzielnie, może wykonać tę pracę?</p> <p><u>Zadanie 3.</u></p> <p>Rozwiąż równania:</p> <p>a) $\frac{x+2}{x+3} + \frac{x}{x-2} = \frac{10}{x^2+x-6}$</p> <p>b) $\frac{x}{x^2+6x+9} = \frac{1}{x+3}$.</p>	
---	--	--

c) Wyznacz wartość funkcji f dla argumentu 100.

d) Sprawdź, czy do wykresu funkcji f należy punkt

o współrzędnych $\left(\frac{2}{\sqrt{3}-1}, \sqrt{3}+1\right)$.

Zadanie 4.

Rozwiąż równanie $\frac{2x-3}{x+5} = \frac{x-5}{x+2}$.

Zadanie 5.

Promień dużego koła bicyklu ma długość 54 cm, a promień małego koła – 20 cm. Oblicz, ile obrotów wykonało małe koło, jeśli w tym samym czasie duże koło obróciło się 50 razy. Jaką odległość pokonał wtedy bicykl?

7. Ciągi

Tematyka zajęć:

- Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów
- Monotoniczność ciągów
- Ciąg arytmetyczny
- Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
- Ciąg geometryczny
- Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
- Lokaty pieniężne i kredyty bankowe

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– zna definicję ciągu (ciągu liczbowego);– potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;– potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;– potrafi podać własności ciągu liczbowego na podstawie jego wykresu;– zna definicję ciągu arytmetycznego;– zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego;– zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;– zna definicję ciągu geometrycznego;– zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego;	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi wypisać kilka kolejnych wyrazów ciągu danego wzorem rekurencyjnym;– potrafi sprawdzić, które wyrazy ciągu należą do danego przedziału;– potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu określonego wzorem ogólnym;– potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny;– potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny;– potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego;	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– uczeń potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące ciągów i ich własności;– potrafi udowodnić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;– potrafi udowodnić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.

<ul style="list-style-type: none"> – zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; – potrafi wyznaczyć pierwszy wyraz i różnicę ciągu arytmetycznego na podstawie informacji o innych wyrazach ciągu; – potrafi znaleźć wzór na wyraz ogólny ciągu arytmetycznego; – potrafi wyznaczyć pierwszy wyraz i iloraz ciągu geometrycznego na podstawie informacji o wartościach innych wyrazów ciągu; – potrafi znaleźć wzór na wyraz ogólny ciągu geometrycznego; – potrafi rozwiązywać zadania z życia codziennego dotyczące ciągu arytmetycznego i geometrycznego; – potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów. 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego; – potrafi rozwiązywać różne zadania dotyczące ciągu arytmetycznego lub ciągu geometrycznego, które wymagają rozwiązania układów równań o podwyższonym stopniu trudności; – potrafi rozwiązywać zadania mieszane dotyczące ciągu arytmetycznego i geometrycznego. 	
--	---	--

Przykładowe zadania

<p><u>Zadanie 1.</u></p> <p>Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym $a_n = 4 - \frac{2}{n}$.</p> <p>a) Wypisz sześć początkowych wyrazów ciągu. b) Narysuj wykres tego ciągu. c) Czy ciąg jest ciągiem rosnącym? Odpowiedź uzasadnij.</p>	<p><u>Zadanie 1.</u></p> <p>Dla jakich x liczby $2x^3 + 9x$, $x^2 + x$, $-3x - 4$ są trzema początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego (a_n)? Dla znalezionej wartości x napisz wzór ogólny ciągu (a_n) i zbadaj na podstawie definicji jego monotoniczność.</p>	<p><u>Zadanie 1.</u></p> <p>Udowodnij, że trzy liczby a, b, c tworzące ciąg geometryczny spełniają warunek: $(a + b + c)(a - b + c) = a^2 + b^2 + c^2$.</p> <p><u>Zadanie 2.</u></p>
---	---	---

<p>d) Zbadaj, czy istnieje taki wyraz ciągu, który jest równy $\frac{15}{4}$.</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Maszynistka miała do przepisania książkę liczącą 586 stron. Przez pierwsze 3 dni przepisywała po 14 stron dziennie. Aby jednak przyspieszyć przepisywanie całości, postanowiła, że czwartego dnia przepisze o 2 strony więcej niż trzeciego i każdego następnego dnia przepisze o 2 strony więcej niż poprzedniego. W ciągu ilu dni przepisała całą książkę?</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Piłka, odbijając się od ziemi, osiągnęła za każdym razem wysokość wynoszącą $\frac{2}{3}$ poprzedniej. Jak wysoko wzniosła się piłka po pierwszym uderzeniu, jeśli po szóstym odbiła się na wysokość 32 cm?</p> <p><u>Zadanie 4.</u> Pan X umówił się z panem Y, że będzie mu wypłacał codziennie przez trzy tygodnie pieniądze, przy czym pierwszego dnia 10 zł, drugiego 20 zł, trzeciego 30 zł, czwartego 40 zł itd. W zamian pan Y wypłaci mu pierwszego dnia 1 grosz, drugiego 2 grosze, trzeciego 4 grosze, czwartego 8 groszy itd. Który z panów zyska na tej umowie i ile?</p>	<p><u>Zadanie 2.</u> Za trzy książki, których ceny tworzą ciąg geometryczny, zapłacono 61 zł. Za pierwszą i drugą razem zapłacono o 11 zł więcej niż za trzecią. Ile zapłacono za trzecią książkę?</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Trzy liczby, których suma wynosi 15, tworzą ciąg arytmetyczny. Jeżeli do pierwszej z nich dodamy 2, do drugiej 3, a do trzeciej 8, to otrzymane liczby utworzą ciąg geometryczny. Znajdź te liczby.</p> <p><u>Zadanie 4.</u> Rozwiąż równanie: $(x + 1) + (x + 4) + (x + 7) + \dots + (x + 28) = 155$, jeśli wiadomo, że po lewej stronie równania występuje suma wyrazów ciągu arytmetycznego.</p>	<p>Wykaż, że jeśli S_n, S_{2n}, S_{3n} oznaczają odpowiednio sumę $n, 2n, 3n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n), to $S_{3n} = 3(S_{2n} - S_n)$.</p>
---	---	---

<p><u>Zadanie 5.</u> Pan Kowalczyk wpłacił 2500 zł na cztery lata na lokatę w banku. Jaką kwotę będzie miał na koncie po tym okresie, jeśli oprocentowanie lokaty wynosi 10% w skali roku, a odsetki kapitalizuje się co 6 miesięcy?</p>		
--	--	--

PLAN WYNIKOWY

(zakres rozszerzony)

klasa 2.

Spis treści

1. Funkcja liniowa
2. Funkcja kwadratowa
3. Geometria płaska – czworokąty
4. Geometria płaska – pole czworokąta
5. Wielomiany
6. Ułamki algebraiczne. Równania i nierówności wymierne. Funkcje wymierne
7. Ciągi
8. Trygonometria

1. Funkcja liniowa

Tematyka zajęć:

- Proporcjonalność prosta
- Funkcja liniowa. Wykres funkcji liniowej
- Miejsce zerowe funkcji liniowej. Własności funkcji liniowej
- Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej
- Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych o współczynnikach kierunkowych różnych od zera
- Zastosowanie wiadomości o funkcji liniowej w zadaniach z życia codziennego
- Równanie liniowe i nierówność liniowa z jedną niewiadomą
- Równania i nierówności z wartością bezwzględną
- Równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi
- Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi
- Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi z parametrem
- Zastosowanie układów równań liniowych do rozwiązywania zadań tekstowych
- Nierówność pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi i jej interpretacja geometryczna. Układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi
- Zastosowanie układów nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi do rozwiązywania zadań

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą; – potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności; – rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej; – zna pojęcie funkcji liniowej; – potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej; – potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem; – potrafi na podstawie wykresu funkcji liniowej (wzoru funkcji) określić monotoniczność funkcji; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.; – potrafi przeprowadzić dowód warunku na prostopadłość wykresów funkcji liniowych o współczynnikach różnych od zera; – potrafi rozwiązywać zadania z wartością bezwzględną i parametrem dotyczące własności funkcji liniowej; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności liniowe z wartością bezwzględną i interpretować je graficznie; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje zadania nietypowe o podwyższonym stopniu trudności.

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne); – potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej; – potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji; – wie, że współczynnik kierunkowy a we wzorze funkcji $y = ax + b$ oznacza tangens kąta nachylenia wykresu funkcji liniowej do osi OX; – wie, że współczynnik kierunkowy a we wzorze funkcji liniowej $y = ax + b$ wyraża się wzorem $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, gdzie $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ są punktami należącymi do wykresu tej funkcji; – potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach (np. takiej, której wykres przechodzi przez dwa dane punkty; jest nachylony do osi OX pod danym kątem i przechodzi przez dany punkt); – potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie; – potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji; – potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY; 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami); – potrafi wyznaczyć wszystkie wartości parametru, dla których zbiorem rozwiązań nierówności liniowej z parametrem, jest podany zbiór; – potrafi rozwiązywać układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą wyznacznikową; – potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi z parametrem, stosując metodę wyznacznikową; – potrafi rozwiązać układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi z wartością bezwzględną oraz zinterpretować go graficznie; – potrafi wykreślać w prostokątnym układzie współrzędnych zbiory punktów opisane równaniem, nierównością, układem równań lub układem nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi z wartością bezwzględną; – potrafi stosować wiedzę o układach nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi do rozwiązywania zadań („programowanie liniowe”). 	
--	--	--

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne); – potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu; – potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych; – potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych; – potrafi określić, na podstawie wzorów dwóch funkcji liniowych, wzajemne położenie ich wykresów; – potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć); – potrafi rozwiązać równanie liniowe z jedną niewiadomą; – potrafi rozwiązać nierówność liniową z jedną niewiadomą i przedstawić jej zbiór rozwiązań na osi liczbowej; – potrafi rozwiązać układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą; 		
---	--	--

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi interpretować graficznie równania i nierówności liniowe z jedną niewiadomą; – potrafi rozwiązywać algebraicznie proste równania i nierówności z wartością bezwzględną i interpretować je graficznie np. $x - 2 - 1 = 3$, $x + 4 > 2x + 3$; – zna pojęcia równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; – wie, że wykresem równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi jest prosta; – zna pojęcie układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; – potrafi rozpoznać układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny i umie podać ich interpretację geometryczną; – potrafi rozwiązywać algebraicznie (metodą przez podstawienie oraz metodą przeciwnych współczynników) układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi; – potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych; – zna pojęcie nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi i potrafi interpretować geometrycznie taką nierówność; – potrafi przedstawić na płaszczyźnie z prostokątnym układem współrzędnych, zbiór tych wszystkich punktów, których współrzędne spełniają dany układ nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi; 		
---	--	--

– potrafi opisać daną figurę geometryczną (np. kąt, trójkąt, czworokąt) przedstawioną w prostokątnym układzie współrzędnych, za pomocą odpowiedniego układu nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi;		
--	--	--

2. Funkcja kwadratowa

Tematyka zajęć:

- Własności funkcji kwadratowej $y = ax^2$
- Wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej
- Związek między wzorem funkcji kwadratowej w postaci ogólnej a wzorem funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej
- Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej
- Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych. Odczytywanie własności funkcji kwadratowej na podstawie wykresu
- Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
- Badanie funkcji kwadratowej – zadania optymalizacyjne
- Równania kwadratowe
- Równania prowadzące do równań kwadratowych
- Nierówności kwadratowe
- * Równania i nierówności, w których niewiadoma występuje pod znakiem pierwiastka kwadratowego
- Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych
- Wzory Viète’a
- Równania i nierówności kwadratowe z parametrem
- Wykres funkcji kwadratowej z wartością bezwzględną
- Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną
- Równania kwadratowe z wartością bezwzględną i parametrem

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
----------------------	------------------------	------------------------

<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem $y = ax^2$, gdzie $a \neq 0$, oraz omówić jej własności na podstawie wykresu; – zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej $y = ax^2 + bx + c$, gdzie $a \neq 0$; – zna wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej $y = a(x - p)^2 + q$, gdzie $a \neq 0$; – zna wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej $y = a(x - x_1)(x - x_2)$, gdzie $a \neq 0$; – zna wzory pozwalające obliczyć: wyróżnik funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli, miejsca zerowe funkcji kwadratowej (o ile istnieją); – potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych; – potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej; – potrafi sprawnie zamieniać wzór funkcji kwadratowej (wzór w postaci kanonicznej na wzór w postaci ogólnej i odwrotnie, wzór w postaci iloczynowej na wzór w postaci kanonicznej itp.); – interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieją); 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności dotyczące własności funkcji kwadratowej; – potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności funkcji kwadratowej; – potrafi rozwiązywać równania kwadratowe z wartością bezwzględną i parametrem; – potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne. 	<p>Uczeń</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi wyprowadzić wzory na miejsca zerowe funkcji kwadratowej; – potrafi wyprowadzić wzory na współrzędne wierzchołka paraboli; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności, w których niewiadoma występuje pod znakiem pierwiastka kwadratowego; – potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.
---	---	---

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi podać niektóre własności funkcji kwadratowej (bez szkicowania jej wykresu) na podstawie wzoru funkcji w postaci kanonicznej (np. przedziały monotoniczności funkcji, równanie osi symetrii paraboli, zbiór wartości funkcji) oraz na podstawie wzoru funkcji w postaci iloczynowej (np. zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne); – potrafi naszkicować wykres dowolnej funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru; – potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności; – potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach; – potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej wykresie; – potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym; – potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadania optymalizacyjnych; – potrafi algebraicznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą; – potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą; – potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych z jedną 		
--	--	--

<p>niewiadomą (w tym także zadania geometryczne);</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać równania z niewiadomą występującą pod znakiem pierwiastka stopnia parzystego, które można sprowadzić do równań kwadratowych; – potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem, w których jest mowa o własnościach funkcji kwadratowej; – potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej; – potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej; – zna wzory Viète’a i ich zastosowanie; – potrafi przekształcać wyrażenia, tak by można było obliczać ich wartości, stosując wzory Viète’a; – potrafi przekształcać wykresy funkcji kwadratowych, stosując poznane w klasie pierwszej przekształcenia, oraz napisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w danym przekształceniu; – potrafi szkicować wykres funkcji kwadratowej z wartością bezwzględną; – potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną; – potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności kwadratowe z parametrem. 		
---	--	--

3. Geometria płaska – czworokąty

Tematyka zajęć:

- Podział czworokątów. Trapezoidy
- Trapezy
- Równoległoboki
- Okrąg opisany na czworokącie
- Okrąg wpisany w czworokąt
- Okrąg opisany na czworokącie, okrąg wpisany w czworokąt – zadania na dowodzenie
- Podobieństwo. Figury podobne
- Podobieństwo czworokątów

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– zna podział czworokątów;– potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu;– wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa 180° i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań;– zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;– potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów;– zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt;– umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;– potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu;– potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków;– potrafi stosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie, w rozwiązywaniu złożonych zadań o średnim stopniu trudności;– potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– umie udowodnić twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie;– potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące czworokątów, czworokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu, korzystając przy tym z wcześniej poznanych twierdzeń.

<ul style="list-style-type: none"> – wie, jakie własności ma romb; – zna własności prostokąta i kwadratu; – wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur; – zna własności deltoidu; – rozumie, co to znaczy, że czworokąt jest wpisany w okrąg, czworokąt jest opisany na okręgu; – zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było okrąg wpisać w czworokąt oraz aby można było okrąg opisać na czworokącie; potrafi zastosować te warunki w rozwiązywaniu prostych zadań; – potrafi wymienić nazwy czworokątów, w które można wpisać, i nazwy czworokątów, na których można opisać okrąg; – potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych własności trapezu; – korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.); – zna i rozumie definicję podobieństwa; – potrafi wskazać figury podobne; – potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów. 	<p>czworokącie do rozwiązywania zadań o średnim stopniu trudności dotyczących trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu;</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi wyprowadzić wzór na pole czworokąta opisanego na okręgu w zależności od długości promienia okręgu i obwodu tego czworokąta; – korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów. 	
---	---	--

4. Geometria płaska – pole czworokąta

Tematyka zajęć:

- Pole prostokąta. Pole kwadratu
- Pole równoległoboku. Pole rombu
- Pole trapezu
- Pole czworokąta – zadania różne
- Pola figur podobnych
- Mapa. Skala mapy

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań;– zna wzory na pole równoległoboku; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące równoległoboków, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;– zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;– zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;– potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku;– potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu;– potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu;– potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń.

o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie; – zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności.		
--	--	--

5. Wielomiany

Tematyka zajęć:

- Wielomian jednej zmiennej rzeczywistej
- Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów
- Równość wielomianów
- Podzielność wielomianów
- Dzielenie wielomianów. Dzielenie wielomianów z resztą
- Dzielenie wielomianu przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera
- Pierwiastek wielomianu
- Twierdzenie Bezouta
- Pierwiastek wielokrotny
- Rozkładanie wielomianów na czynniki
- Równania wielomianowe
- Zadania prowadzące do równań wielomianowych
- Równania wielomianowe z parametrem
- Funkcje wielomianowe
- Nierówności wielomianowe

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń:	Uczeń:	Uczeń:

<ul style="list-style-type: none"> – zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej; – potrafi wskazać jednomiany podobne; – potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej; – potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco); – potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej; – potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej; – potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów; – potrafi podzielić wielomian przez dwumian $ax + b$; – potrafi podzielić wielomian przez dowolny wielomian; – potrafi podzielić wielomian przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera; – potrafi rozpoznać wielomiany równe; – potrafi rozwiązywać proste zadania, w których wykorzystuje się twierdzenie o równości wielomianów; – potrafi sprawdzić, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu; – potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu; – zna twierdzenie Bezouta i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań; – zna twierdzenie o reszcie i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań; 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach; – potrafi udowodnić twierdzenie Bezouta; – zna i potrafi stosować twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych; – potrafi udowodnić twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych; – potrafi sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki (w tym stosując „metodę prób”); – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe z wartością bezwzględną; – potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności wielomianów, w których występują parametry; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe z parametrem; – potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych; – potrafi udowodnić wzory Viète’a dla równania trzeciego stopnia. 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.
---	---	--

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi wyznaczyć wielomian, który jest resztą z dzielenia wielomianu o danych własnościach przez inny wielomian; – potrafi rozłożyć wielomian na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia, zastosowanie metody grupowania wyrazów, a także wówczas, gdy ma podany jeden z pierwiastków wielomianu i konieczne jest znalezienie pozostałych z wykorzystaniem twierdzenia Bezouta; – potrafi rozwiązywać równania wielomianowe, które wymagają umiejętności rozkładania wielomianów na czynniki wymienionych w poprzednim punkcie; – potrafi rozwiązywać proste zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych; – potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące wielomianów, w których występują parametry; – zna definicję funkcji wielomianowej; – potrafi naszkicować przybliżony wykres funkcji wielomianowej na podstawie informacji o miejscach zerowych tej funkcji oraz znaku współczynnika przy najwyższej potęgde zmiennej; – potrafi rozwiązywać nierówności wielomianowe (korzystając z siatki znaków, posługując się przybliżonym wykresem funkcji wielomianowej). 		
---	--	--

6. Ułamki algebraiczne. Równania i nierówności wymierne. Funkcje wymierne

Tematyka zajęć:

- Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych
- Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych
- Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych
- Zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych
- Równania wymierne
- Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych
- Nierówności wymierne
- Równania i nierówności wymierne z parametrem
- Proporcjonalność odwrotna
- Funkcje wymierne
- Funkcja homograficzna
- Zastosowanie funkcji homograficznej w zadaniach

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej;– potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego;– potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie;– potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań;	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych;– potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową);– potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne;– potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z wartością bezwzględną;	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem;– potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod.

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych; – potrafi rozwiązywać proste zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych; – zna definicję równania wymiernego; – potrafi rozwiązywać proste równania wymierne; – potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych; – zna definicję nierówności wymiernej; – potrafi rozwiązywać proste nierówności wymierne; – wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną; potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności; – rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej; – zna definicję funkcji wymiernej; – potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej; – rozwiązuje proste zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernych; – zna definicję funkcji homograficznej $y = \frac{ax+b}{cx+d}, \text{ gdzie } c \neq 0 \text{ i } ad - cb \neq 0;$ – potrafi przekształcić wzór funkcji $y = \frac{ax+b}{cx+d},$ gdzie $c \neq 0$ i $ad - cb \neq 0$, do postaci $y = \frac{k}{x-p} + q;$ 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych (także z wartością bezwzględną); – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z parametrem; – potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych; – potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem); – potrafi dowodzić własności funkcji wymiernej; – potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące własności funkcji homograficznej; – potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie; – potrafi naszkicować wykres funkcji homograficznej z wartością bezwzględną i na podstawie wykresu funkcji opisać własności funkcji; – potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z wartością bezwzględną i parametrem, na podstawie wykresu funkcji homograficznej, we wzorze której występuje wartość bezwzględna; – potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych. 	
---	---	--

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi naszkicować wykres funkcji homograficznej o równaniu $y = \frac{k}{x-p} + q$; – potrafi na podstawie wzoru funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$ określić jej dziedzinę i zbiór wartości; – potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY; – potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$; – potrafi przekształcać wykres funkcji homograficznej w S_{Ox}, S_{Oy}, $S_{(0,0)}$, przesunięciu równoległym o dany wektor; – potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej. 		
---	--	--

7. Ciągi

Tematyka zajęć:

- Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów
- Monotoniczność ciągów
- Ciąg arytmetyczny
- Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
- Ciąg geometryczny
- Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
- Lokaty pieniężne i kredyty bankowe
- Ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny – zadania różne
- Granica ciągu liczbowego
- Własności ciągów zbieżnych
- Ciągi rozbieżne do nieskończoności
- Szereg geometryczny

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– zna definicję ciągu (ciągu liczbowego);– potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;– potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;– potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;– potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych;– potrafi sprawdzić, które wyrazy ciągu należą do danego przedziału;	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym;– potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym;– wie, jaki ciąg liczbowy nazywamy ciągiem Fibonacciego; zna definicję rekurencyjną tego ciągu i wzór na wyraz ogólny;– potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;– potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;– potrafi udowodnić nierówność Bernoulliego;	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu;– wie, co to jest liczba e oraz potrafi obliczać granice ciągów z liczbą e.– potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach.

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości; – zna definicję ciągu arytmetycznego; – potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny; – potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych; – zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego; – zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; – potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego; – zna definicję ciągu geometrycznego; – potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny; – zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego; – zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; – potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego; 	<ul style="list-style-type: none"> – zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego; – potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu; – zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych; – potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych; – potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności; – potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym. 	
--	--	--

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych; – potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów; – potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych; – rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego; – zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych; – potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady); – potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego; – zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu; – potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady); – potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne); – potrafi obliczać granice niewłaściwe ciągów rozbieżnych do nieskończoności (proste przykłady). 		
---	--	--

8. Trygonometria

Tematyka zajęć:

- Miara łukowa kąta
- Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej
- Wykresy funkcji $y = \sin x$ oraz $y = \cos x$
- Wykresy funkcji $y = \operatorname{tg} x$ oraz $y = \operatorname{ctg} x$
- Przekształcenia wykresów funkcji trygonometrycznych
- Proste równania trygonometryczne
- Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy
- Sumy i różnice funkcji trygonometrycznych
- Równania trygonometryczne
- Nierówności trygonometryczne

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– wie, co to jest miara łukowa kąta;– potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta (zamieniać stopnie na radiany i radiany na stopnie);– zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta i potrafi się nimi posługiwać w rozwiązywaniu zadań;– zna związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;– potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;– zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach;– potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \sin x$ i omówić jej własności;	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi zbadać, czy funkcja trygonometryczna jest parzysta (nieparzysta);– potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej;– potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej;– potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: $y = f(x)$, $y = f(x)$, $y = s \cdot f(x)$ oraz $y = f(s \cdot x)$, gdzie $s \neq 0$;– potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \cos x$ i omówić jej własności; – potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \operatorname{tg} x$ i omówić jej własności; – potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \operatorname{ctg} x$ i omówić jej własności; – potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi OX, symetria osiowa względem osi OY, symetria środkowa, względem punktu $(0, 0)$, przesunięcie równoległe o dany wektor) – potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej (w prostych przypadkach); – wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych; – potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych; – zna wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań; – zna wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań; – zna wzory na sinus i cosinus kąta podwojonego i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań; – potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne z zastosowaniem poznanych wzorów. 	<p>trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych;</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów; – potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne z parametrem; – potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii. 	
--	---	--

PLAN WYNIKOWY
(zakres podstawowy)

klasa 3.

Spis treści

1. Potęgi. Logarytmy. Funkcja wykładnicza	4
2. Elementy geometrii analitycznej.....	8
3. Elementy kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa.....	13
4. Elementy statystyki opisowej.....	16
5. Geometria przestrzenna.....	19

1. Potęgi. Logarytmy. Funkcja wykładnicza

Tematyka zajęć:

- Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie
- Funkcja wykładnicza i jej własności
- Proste równania wykładnicze
- Proste nierówności wykładnicze
- Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym
- Logarytm – powtórzenie wiadomości
- Proste równania logarytmiczne

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych; – zna prawa działań na potęgach i potrafi je stosować w obliczeniach; – zna definicję funkcji wykładniczej; – potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji; – potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw; – potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu; – potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych (S_{0x}, S_{0y}, $S_{(0,0)}$, przesunięcie równoległe o dany wektor); – potrafi rozwiązywać graficznie proste równania oraz nierówności z wykorzystaniem wykresu funkcji wykładniczej; – rozwiązuje proste równania wykładnicze sprowadzające się do równań liniowych i kwadratowych; – rozwiązuje proste nierówności wykładnicze sprowadzające się do nierówności liniowych i kwadratowych; – posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi zastosować proste równania i nierówności wykładnicze w rozwiązywaniu zadań dotyczących własności funkcji wykładniczych oraz innych zagadnień (np. ciągów); – potrafi sprawnie przekształcać wyrażenia zawierające logarytmy, stosując poznane twierdzenia o logarytmach. 	<p>Uczeń :</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności.

– potrafi obliczyć logarytm liczby dodatniej; – zna i potrafi stosować wzory na: logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi o wykładniku naturalnym.		
---	--	--

Przykładowe zadania

<p>Zadanie 1. Naskicuj wykres funkcji: a) $f(x) = 3^x$ b) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ i na podstawie wykresu omów własności funkcji f.</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Rozwiąż równanie i nierówność: a) $(0,5)^{x^2} \cdot 2^{2x+2} = \frac{1}{64}$ b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-x^2+4} \leq \frac{4}{9}$.</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Rozwiąż graficznie nierówność: $2^{x-2} \leq 5 - x$.</p> <p><u>Zadanie 4.</u> Naukowcy zauważyli, że z powodu zmian środowiska naturalnego pewien gatunek zwierząt</p>	<p><u>Zadanie 1.</u> Rozwiąż równanie $\frac{3^{x+1}}{81} = \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{x-1}{x}}$</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Rozwiąż nierówność: $0,7^{2+4+6+\dots+2x} \geq 0,7^{12}$ i $x \in \mathbf{N}_+$.</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Funkcja $f(x) = 2^{x-4} + 1$ oraz funkcja $g(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{m+x} - \frac{1}{4}$ przyjmują dla pewnego argumentu tę samą wartość równą 1,25. Oblicz m.</p> <p><u>Zadanie 4.</u> Dwie liczby rzeczywiste p i q spełniają równania: $p + q = \log_6 3$ oraz $p - q = \log_6 12$. Oblicz p i q.</p> <p><u>Zadanie 5.</u> Liczby 2, $2^{x-1} + 4$, $2^{x-2} + 12$ są, w podanej kolejności, trzema początkowymi wyrazami</p>	<p><u>Zadanie 1.</u> Wiedząc, że $\log_{14} 2 = a$ i $\log_{14} 5 = b$, oblicz $\log_7 50$.</p>
--	--	---

liczący obecnie 1000 sztuk może wyginąć. Oszacowali, że po t latach gatunek ten będzie liczył (w przybliżeniu) $N(t)=1000 \cdot (0,9)^t$ sztuk. Oblicz, ile osobników tego gatunku będzie po 5 latach.

Zadanie 5.

Oblicz:

a) $\log_2 16$, b) $\log_{\pi} 1$, c) $\log_{\frac{1}{7}} 49$, d) $\log_{10} 10^{12}$.

Zadanie 6.

Oblicz:

a) $\log_2 \frac{\sqrt[3]{4}}{8}$, b) $\log_4 2 + \log_4 32$,

b) $\log_{\frac{1}{3}} 324 - 2\log_{\frac{1}{3}} 6$.

Zadanie 7.

Oblicz x , jeśli :

a) $\log_x 81 = 4$; b) $\log_2 x = -\frac{2}{3}$.

nieskończonego ciągu arytmetycznego. Oblicz sumę dwudziestu początkowych wyrazów tego ciągu.

Zadanie 6.

Oblicz wartość wyrażenia $16^{\log_2 \sqrt[4]{2} + \log_4 3}$.

2. Elementy geometrii analitycznej

Tematyka zajęć:

- Wektor w układzie współrzędnych. Współrzędne środka odcinka
- Równanie kierunkowe prostej. Równanie ogólne prostej
- Równoległość i prostokątność prostych w układzie współrzędnych
- Odległość punktu od prostej
- Zastosowanie wiadomości o równaniu prostej do rozwiązywania zadań

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi obliczyć współrzędne wektora, gdy dane są współrzędne początku i końca tego wektora; – potrafi wyznaczyć na podstawie współrzędnych wektora i współrzędnych końca (początku) wektora, współrzędne początku (końca) tego wektora; – potrafi obliczyć długość wektora (długość odcinka); – wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne; – potrafi obliczyć współrzędne wektora będącego sumą (różnicą) dwóch danych wektorów; – potrafi pomnożyć wektor przez liczbę; – potrafi obliczyć współrzędne środka odcinka o danych końcach (wyznaczyć współrzędne jednego z końców odcinka, mając dane współrzędne środka odcinka i współrzędne drugiego końca); – potrafi obliczyć współrzędne środka ciężkości trójkąta; – zna pojęcia: równanie kierunkowe prostej oraz równanie ogólne prostej; – potrafi napisać równanie kierunkowe prostej, znając kąt nachylenia tej prostej do osi OX oraz współrzędne punktu należącego do tej prostej; – potrafi na podstawie równania kierunkowego prostej podać miarę kąta nachylenia tej prostej do osi OX; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi wyznaczyć obraz figury geometrycznej (punktu, odcinka, trójkąta, prostej itp.) w symetrii osiowej względem dowolnej prostej oraz w symetrii środkowej względem dowolnego punktu; – potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej, o średnim stopniu trudności, w których wykorzystuje wiedzę o wektorach i prostych; – rozwiązuje zadania, w których występują parametry. 	

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dwa dane punkty; – potrafi przekształcić równanie prostej danej w postaci kierunkowej do postaci ogólnej (i odwrotnie – o ile takie równanie istnieje); – zna warunek na równoległość i prostopadłość prostych danych równaniami ogólnymi (kierunkowymi); – potrafi napisać równanie prostej równoległej (prostopadłej) do danej prostej przechodzącej przez dany punkt; – oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych; – zna wzór na odległość punktu od prostej; – potrafi obliczyć odległość danego punktu od danej prostej; – znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, odcinka, trójkąta, prostej itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych; – potrafi rozwiązywać proste zadania z zastosowaniem poznanych wzorów. 		
---	--	--

Przykładowe zadania

<p>Zadanie 1. Dane są punkty $A(4, 7)$ oraz $B(-4, -1)$. Oblicz:</p> <p>a) współrzędne wektora \vec{AB}; b) długość odcinka AB; c) współrzędne środka odcinka AB.</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Dane są punkty: $A(4, 8)$, $B(3, -1)$, $C(-1, 9)$ oraz $D(2, 15)$. a) Napisz równanie kierunkowe prostej AB oraz równanie ogólne prostej CD; b) Czy proste AB oraz CD są równoległe? Odpowiedź uzasadnij.</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Trójkąt ABC, gdzie $A(-4, 6)$ i $B(8, -2)$, jest równoramienny, w którym $AC = BC$. Napisz równanie ogólne prostej, w której zawiera się wysokość trójkąta ABC, poprowadzona z wierzchołka C.</p> <p><u>Zadanie 4.</u> Oblicz odległość między prostymi $k: x + y - 8 = 0$ oraz $l: y = -x + 7$.</p> <p><u>Zadanie 5.</u> Odcinek AB, gdzie $A(-2, -2)$ i $B(6, 3)$ przekształcono przez symetrię osiową względem</p>	<p><u>Zadanie 1.</u> Wyznacz wartość parametru p, dla której proste $k: x - py - 2p = 0$ oraz $l: -3x + (2 - p)y - 6 = 0$ są a) równoległe; b) prostopadłe.</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Wyznacz współrzędne punktu P', który jest obrazem punktu $P(3, 5)$, w symetrii osiowej względem prostej $k: x + y - 4 = 0$.</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Dane są punkty $A(-5, 3)$ i $B(1, -3)$. Wyznacz współrzędne punktu C leżącego na osi OY, tak aby pole trójkąta ABC było równe 36.</p> <p><u>Zadanie 4.</u> W układzie współrzędnych dane są cztery punkty: $A(-5, 2)$, $B(3, -4)$, $C(5, 1)$, $D(1, 4)$. a) Wykaż, że czworokąt $ABCD$ jest trapezem; b) Oblicz pole trapezu $ABCD$.</p>	
--	---	--

prostej $k: x = 0$ i otrzymano odcinek $A'B'$. Podaj współrzędne punktów A' i B' .		
---	--	--

3. Elementy kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa

Tematyka zajęć:

- Reguła mnożenia
- Reguła dodawania
- Doświadczenie losowe
- Zdarzenia. Działania na zdarzeniach
- Obliczanie prawdopodobieństwa

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych; – stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania; – zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się; – zna twierdzenie o prawdopodobieństwie klasycznym; – zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań; – umie określić (skończoną) przestrzeń zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego i obliczyć jej moc; – umie określić jakie zdarzenia elementarne sprzyjają danemu zdarzeniu; – zna i umie stosować w prostych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje zadania z kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa o średnim stopniu trudności; – oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia doświadczenia wieloetapowego. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności.

Przykładowe zadania

<p><u>Zadanie 1.</u> Z cyfr należących do zbioru $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ tworzymy liczby trzycyfrowe o różnych cyfrach . Ile wśród nich jest :</p> <p>a) liczb parzystych</p>	<p><u>Zadanie 1.</u> W grupie 20 studentów każdy uprawia jeden sport. W poniższej tabeli przedstawiona jest informacja o uprawianych przez studentów</p>	<p><u>Zadanie 1.</u> Ze zbioru $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ losujemy kolejno bez zwracania trzy liczby a, b, c i tworzymy funkcję określoną wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$.</p>
--	--	---

- b) liczb nieparzystych
c) liczb podzielnych przez 5?

Zadanie 2.

Z talii składającej się z 52 kart losujemy jedną kartę. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania karty, która jest kierem lub damą?

Zadanie 3.

Ze zbioru wszystkich liczb dwucyfrowych losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana liczba przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2.

Zadanie 4.

Doświadczenie polega na dwukrotnym rzucie kostką sześcienną do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że w pierwszym i drugim rzucie otrzymamy liczbę oczek będącą liczbą pierwszą.

rodzajach sportu, z uwzględnieniem płci studentów.

	Tenis	Siatkówka	Pływanie
Kobiety	4	2	3
Mężczyźni	5	4	2

Wybieramy z grupy jednego studenta. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia:

- a) wybrany student uprawia pływanie;
b) wybrany student jest mężczyzną lub gra w siatkówkę;
c) wybrany student nie gra w tenisa.

Zadanie 2

W loterii jest 15 losów: dwa losy dają wygraną po 10 zł oraz trzy losy dają wygraną po 5 zł, zaś pozostałe losy są przegrywające. Jakie jest prawdopodobieństwo, że kupując kolejno dwa losy, wygramy 10 zł?

Zadanie 3.

W pudełku znajdują się 3 kule białe i 7 kul zielonych. Losujemy jedną kulę z pudełka, a następnie z pozostałych kul losujemy jedną kulę. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowana za drugim razem kula jest zielona.

Oblicz prawdopodobieństwo, że otrzymana funkcja:

- a) ma wykres symetryczny względem osi OY ;
b) jest malejąca w zbiorze R .

4. Elementy statystyki opisowej

Tematyka zajęć:

- Podstawowe pojęcia statystyki. Sposoby prezentowania danych zebranych w wyniku obserwacji statystycznej
- Średnia z próby
- Mediana z próby i moda z próby
- Wariancja i odchylenie standardowe

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów; – potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów; – potrafi obliczyć średnią arytmetyczną i średnią ważoną z próby; – potrafi obliczyć medianę z próby; – potrafi wskazać modę z próby; – potrafi obliczyć wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych; – potrafi na podstawie obliczonych wielkości przeprowadzić analizę przedstawionych danych; – potrafi określać zależności między odczytanymi danymi. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać proste zadania teoretyczne dotyczące pojęć statystycznych. 	

Przykładowe zadania

<p><u>Zadanie 1.</u></p> <p>Pięćdziesiąt osób zdawało egzamin z przepisów ruchu drogowego. Liczba popełnionych przez nie błędów przedstawiona jest w poniższej tabeli:</p> <table><tr><td>Liczba błędów</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>Liczba osób</td><td>11</td><td>8</td><td>14</td><td>7</td><td>6</td><td>4</td></tr></table> <p>a) Oblicz średnią liczbę błędów popełnionych przez zdającego.</p>	Liczba błędów	0	1	2	3	4	5	Liczba osób	11	8	14	7	6	4	<p><u>Zadanie 1.</u></p> <p>Suma trzech liczb x, y oraz z wynosi 6, a ich wariancja jest równa 21. Oblicz sumę kwadratów tych liczb.</p> <p><u>Zadanie 2.</u></p> <p>Zestaw trzech liczb a, b i c ma średnią arytmetyczną $\overline{x_1}$ i odchylenie standardowe od średniej równe σ_1. Zestaw trzech liczb $a + 3$, $b + 3$ i $c + 3$ ma średnią</p>	
Liczba błędów	0	1	2	3	4	5										
Liczba osób	11	8	14	7	6	4										

<p>b) Ile procent zdających zdało egzamin, jeśli do tego można było popełnić co najwyżej dwa błędy?</p> <p>c) Przedstaw dane na diagramie kolumnowym i zaznacz na nim średnią obliczoną w punkcie a).</p> <p><u>Zadanie 2.</u></p> <p>Producent czekolady deklaruje, że tabliczka ma wagę $150 \text{ g} \pm 2 \text{ g}$. Dla zbadania jakości pewnej partii czekolady organizacja konsumencka zbadała wagę losowo wybranych 10 tabliczek czekolady z tej partii i otrzymała następującą ich wagę (w gramach):</p> <p>150,4 148,9 150,1 152,8 146,6 154,3 150,8 151,1 150,6 149,5</p> <p>Oblicz średnią wagę tabliczki czekolady i odchylenie standardowe w badanej próbie.</p> <p>Zastanów się, czy organizacja konsumencka winna zwrócić się do producenta z reklamacją dotyczącą tej partii tabliczek czekolady.</p>	<p>arytmetyczną \bar{x}_2 i odchylenie standardowe σ_2.</p> <p>Wyznacz związek pomiędzy średnimi arytmetycznymi i odchyleniami standardowymi obu zestawów danych.</p>	
---	--	--

5. Geometria przestrzenna

Tematyka zajęć:

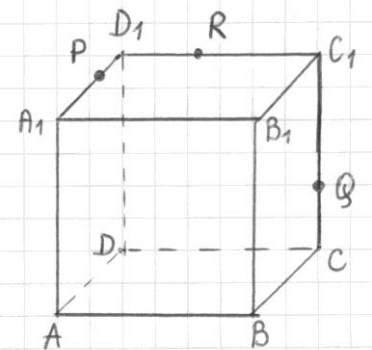
- Płaszczyzny i proste w przestrzeni
- Rzut równoległy na płaszczyznę. Rysowanie figur płaskich w rzucie równoległym na płaszczyznę
- Prostopadłość prostych i płaszczyzn w przestrzeni
- Rzut prostokątny na płaszczyznę
- Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych
- Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny
- Graniastosłupy
- Ostrosłupy
- Siatka wielościanu. Pole powierzchni wielościanu
- Objętość figury przestrzennej. Objętość wielościanów
- Przekroje wybranych wielościanów
- Bryły obrotowe. Pole powierzchni brył obrotowych
- Objętość brył obrotowych

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni; – potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni; – potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni; – potrafi rysować figury płaskie w rzucie równoległym na płaszczyznę; – umie scharakteryzować prostopadłość prostej i płaszczyzny; – umie scharakteryzować prostopadłość dwóch płaszczyzn; – zna i umie stosować twierdzenie o trzech prostych prostopadłych; – rozumie pojęcie kąta między prostą i płaszczyzną; – rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie posługuje się terminem „kąt liniowy kąta dwuściennego”; – zna określenie graniastosłupa; umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość graniastosłupa; – zna podział graniastosłupów; – umie narysować siatki graniastosłupów prostych; – zna określenie ostrosłupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość ostrosłupa; – zna podział ostrosłupów; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną; – zna i umie stosować twierdzenia charakteryzujące ostrosłup prosty; – potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi skonstruować przekrój wielościanu płaszczyzną i udowodnić poprawność konstrukcji; – potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń.

<ul style="list-style-type: none"> – umie narysować siatki ostrosłupów prostych; – rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), oblicza miary tych kątów; – rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów; – rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami; – zna określenie walca; umie wskazać: podstawy, powierzchnię boczną, tworzącą, oś obrotu walca; – rozumie określenie przekrój osiowy walca; – zna określenie stożka; umie wskazać: podstawę, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu, wierzchołek stożka; – rozumie określenie przekrój osiowy stożka – zna określenie kuli; – rozpoznaje w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą); oblicza miary tych kątów; – umie obliczać objętość i pole powierzchni poznanych graniastosłupów; – umie obliczać objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów prawidłowych; – umie obliczać objętość i pole powierzchni brył obrotowych (stożka, kuli, walca); 		
---	--	--

– potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące brył, w tym z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych wcześniej twierdzeń.		
---	--	--

Przykładowe zadania

<p><u>Zadanie 1.</u> W graniastostłupie prawidłowym czworokątnym suma długości jego krawędzi jest równa 68 cm, a pole powierzchni całkowitej 190 cm². Oblicz długość krawędzi graniastostłupa.</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Podstawą ostrosłupa $ABCS$ jest trójkąt ABC. Krawędź AS jest wysokością tego ostrosłupa. Oblicz objętość ostrosłupa $ABCS$, wiedząc, że $AS = 8$, $BS = CS = 10$ oraz $BC = 4$.</p> <p><u>Zadanie 3.</u> W ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym o wysokości $2\sqrt{3}$ cm, ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej ostrosłupa.</p> <p><u>Zadanie 4.</u></p>	<p><u>Zadanie 1.</u> Podstawą ostrosłupa jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 6 cm i 8 cm. Wszystkie krawędzie boczne mają długość 10 cm. Oblicz objętość tego ostrosłupa.</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Sześcian o krawędzi 4 cm przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i nachyloną do płaszczyzny podstawy pod kątem: a) 45° b) 60°. Oblicz pole otrzymanego przekroju.</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Krawędź podstawy graniastostłupa prawidłowego trójkątnego ma 6 cm długości, a wysokość graniastostłupa jest równa $3\sqrt{2}$ cm. Wyznacz miarę kąta między przekątną ściany bocznej a płaszczyzną sąsiedniej ściany bocznej.</p>	<p><u>Zadanie 1.</u> Trójkąt równoramienny o obwodzie długości k i kącie przy wierzchołku α, obraca się wokół podstawy. Oblicz objętość powstałej bryły.</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Dany jest sześcian $ABCA_1B_1C_1D_1$. Punkty P, Q, R, leżą odpowiednio na krawędziach A_1D_1, CC_1, D_1C_1 (zobacz rysunek).</p>  <p>Skonstruuj przekrój sześcianu płaszczyzną PQR. Uzasadnij konstrukcję.</p>
---	--	---

Znajdź pole powierzchni całkowitej walca, którego pole powierzchni bocznej jest równe P_b i którego przekrojem osiowym jest kwadrat.		
--	--	--

PLAN WYNIKOWY

(zakres rozszerzony)

Klasa 3.

Spis treści

1. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna
2. Elementy analizy matematycznej
3. Geometria analityczna
4. Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa
5. Elementy statystyki opisowej
6. Geometria przestrzenna

1. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna

Tematyka zajęć:

- Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie
- Funkcja wykładnicza i jej własności
- Przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej. Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem wykresów funkcji wykładniczych
- Równania wykładnicze
- Nierówności wykładnicze
- Zastosowanie równań i nierówności wykładniczych w rozwiązywaniu zadań
- Logarytm – powtórzenie wiadomości
- Funkcja logarytmiczna i jej własności

- Przekształcenia wykresu funkcji logarytmicznej
- Rozwiązywanie równań, nierówności oraz układów równań z zastosowaniem wykresu funkcji logarytmicznej
- Równania logarytmiczne
- Nierówności logarytmiczne
- Równania i nierówności logarytmiczno-wykładniczo-potęgowe
- Zastosowanie równań i nierówności logarytmicznych w rozwiązywaniu zadań
- Zastosowanie funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; – stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań; – zna definicję funkcji wykładniczej; – potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji; – potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw; – potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu; – potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych (SOX, SOY, $S(0,0)$, przesunięcie równoległe o dany wektor); – potrafi rozwiązywać graficznie równania, nierówności oraz układy równań z zastosowaniem wykresów funkcji wykładniczych; – zna pojęcie równania wykładniczego oraz nierówności wykładniczej; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną; – potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych z wartością bezwzględną; – potrafi interpretować graficznie równania wykładnicze z parametrem; – potrafi interpretować graficznie równania logarytmiczne z parametrem; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze oraz logarytmiczne z wartością bezwzględną; – potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych; – potrafi rozwiązywać równania wykładniczo-potęgowe-logarytmiczne; – potrafi dowodzić własności logarytmów; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne – potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych i logarytmicznych.

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze; – potrafi obliczyć logarytm liczby dodatniej; – zna i potrafi stosować własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń; – zna definicję funkcji logarytmicznej; – potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji; – potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej; – potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw; – potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu; – potrafi przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych (SOX, SOY, S(0,0), przesunięcie równoległe o dany wektor); – potrafi graficznie rozwiązywać równania, nierówności oraz układy równań z zastosowaniem wykresów funkcji logarytmicznych; – potrafi algebraicznie rozwiązywać proste równania oraz nierówności logarytmiczne; – rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje umiejętność rozwiązywania prostych równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych (lokaty bankowe, rozpad substancji promieniotwórczych itp.) 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi naszkicować zbiór punktów płaszczyzny spełniających dane równanie lub nierówność z dwiema niewiadomymi, w których występują logarytmy; – potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych i logarytmicznych (np. parzystość, nieparzystość, monotoniczność); – potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej; – potrafi stosować wiadomości o funkcji wykładniczej i logarytmicznej w różnych zadaniach (np. dotyczących ciągów, szeregów, trygonometrii, itp.). 	
--	--	--

– posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp		
---	--	--

2. Elementy analizy matematycznej

Tematyka zajęć:

- Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości o granicach ciągów
- Granica funkcji w punkcie
- Obliczanie granic funkcji w punkcie
- Granice jednostronne funkcji w punkcie
- Granice funkcji w nieskończoności
- Granica niewłaściwa funkcji
- Ciągłość funkcji w punkcie
- Ciągłość funkcji w zbiorze
- Asymptoty wykresu funkcji
- Pochodna funkcji w punkcie
- Funkcja pochodna
- Styczna do wykresu funkcji
- Pochodna funkcji a monotoniczność funkcji
- Ekstrema lokalne funkcji
- Największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale
- Badanie przebiegu zmienności funkcji
- Zadania optymalizacyjne

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
Uczeń: – potrafi obliczać granice ciągów liczbowych;	Uczeń: – zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech funkcjach;	Uczeń: – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności;

<ul style="list-style-type: none"> – zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie (definicja Heinego); – potrafi, posługując się definicją Heinego granicy funkcji w punkcie, wykazać, że granicą danej funkcji w danym punkcie jest pewna liczba lub wykazać, że granica funkcji w danym punkcie nie istnieje; – zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie; – potrafi obliczyć granicę właściwą i niewłaściwą funkcji w punkcie, korzystając z poznanych twierdzeń; – potrafi obliczyć granice jednostronne funkcji w punkcie; – potrafi obliczyć granice funkcji w nieskończoności; – zna i rozumie pojęcie funkcji ciągłej w punkcie; – potrafi zbadać ciągłość danej funkcji w danym punkcie; – zna definicję funkcji ciągłej w zbiorze; – potrafi zbadać ciągłość danej funkcji w danym zbiorze; – potrafi wyznaczyć równania asymptot pionowych, poziomych oraz ukośnych wykresu funkcji wymiernej (o ile wykres ma takie asymptoty); – zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji; – zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie; 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące badania ciągłości funkcji w punkcie i w zbiorze; – zna własności funkcji ciągłych i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań (twierdzenie Darboux oraz twierdzenie Weierstrassa); – potrafi wyznaczyć równania asymptot wykresu funkcji, we wzorze której występuje wartość bezwzględna (o ile asymptoty istnieją); – potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji; – zna związek pomiędzy ciągłością i różniczkowalnością funkcji; – potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji w rozwiązywaniu różnych zadań; – potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna; – potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk opisanych wzorami funkcji wymiernych; – potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych. 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji.
---	---	--

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi obliczyć pochodną funkcji w punkcie na podstawie definicji; – zna i rozumie pojęcie funkcji pochodnej; – potrafi sprawnie wyznaczać pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów; – potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna w danym punkcie (zbiorze); – potrafi wyznaczyć równanie stycznej do wykresu danej funkcji; – potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej; – zna i rozumie warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej; – potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej; – potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej w przedziale domkniętym; – potrafi zbadać przebieg zmienności danej funkcji wymiernej i naszkicować jej wykres; – potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych. 		
--	--	--

3 . Geometria analityczna

Tematyka zajęć:

- Wektor w układzie współrzędnych. Współrzędne środka odcinka
- Kąt między niezerowymi wektorami
- Równanie kierunkowe prostej

- Równanie ogólne prostej
- Kąt między prostymi
- Odległość punktu od prostej. Odległość między dwiema prostymi równoległymi
- Pole trójkąta. Pole wielokąta
- Równanie okręgu. Nierówność opisująca koło
- Wzajemne położenie prostej i okręgu. Styczna do okręgu
- Wzajemne położenie dwóch okręgów
- Jednokładność. Jednokładność w układzie współrzędnych
- Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązaniach zadań z geometrii analitycznej

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje informacje zdobyte w klasie pierwszej, dotyczące wektora w układzie współrzędnych, w rozwiązywaniu zadań; – potrafi wyznaczyć współrzędne środka odcinka; – potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców; – zna definicję kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; – zna i potrafi stosować w zadaniach wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; – zna warunki na prostokąt i równoległość wektorów i potrafi je zastosować w zadaniach; – zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry; – rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności), w rozwiązaniach których sprawnie korzysta z poznanych wzorów; – potrafi rozwiązywać różne zadania dotyczące okręgów i kół w układzie współrzędnych, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki; – potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące okręgów i kół w układzie współrzędnych.; – stosuje rachunek pochodnych w rozwiązaniach zadań z geometrii analitycznej. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi wyprowadzić wzory na sinus i cosinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; – potrafi wyprowadzić wzory na tangens kąta utworzonego przez dwie proste dane równaniami kierunkowym (ogólnymi); – potrafi wyprowadzić wzór na odległość punktu od prostej; – potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dwa dane punkty oraz równanie kierunkowe prostej, znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który do należy tej prostej; – zna definicję równania ogólnego prostej; – potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty; – zna i potrafi stosować w zadaniach warunek na równoległość oraz prostopadłość prostych danych równaniami kierunkowymi (ogólnymi); – potrafi obliczyć (korzystając z poznanych wzorów) miarę kąta, jaki tworzą dwie proste przecinające się; – zna i potrafi stosować w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej; – potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi; – potrafi obliczyć pole trójkąta oraz dowolnego wielokąta, gdy dane są współrzędne jego wierzchołków; – rozpoznaje równanie okręgu w postaci zredukowanej oraz w postaci kanonicznej; – potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do postaci kanonicznej (i odwrotnie); – potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu; – potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu; 		
--	--	--

<ul style="list-style-type: none"> – rozpoznaje nierówność opisującą koło; – potrafi odczytać z nierówności opisującej koło współrzędne środka i promień tego koła; – potrafi napisać nierówność opisującą koło w sytuacji, gdy zna współrzędne środka i promień koła; – potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg; – potrafi narysować w układzie współrzędnych koło na podstawie danej nierówności opisującej koło; – potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń); – potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń); – potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych; – potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów; – potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu; – potrafi napisać równanie okręgu opisanego na trójkącie, gdy dane ma współrzędne wierzchołków trójkąta; 		
---	--	--

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach, parabolach i okręgach; – zna pojęcie jednokładności o środku S i skali $k \neq 0$ (także w ujęciu analitycznym); – zna własności figur jednokładnych; – potrafi rozwiązywać proste zadania z zastosowaniem jednokładności. 		
--	--	--

4. Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa

Tematyka zajęć:

- Reguła mnożenia i reguła dodawania
- Wariacje
- Permutacje
- Kombinacje
- Kombinatoryka – zadania różne
- Doświadczenie losowe
- Zdarzenia. Działania na zdarzeniach
- Określenie prawdopodobieństwa
- Prawdopodobieństwo klasyczne
- Doświadczenia losowe wieloetapowe
- Prawdopodobieństwo warunkowe
- Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym
- Niezależność zdarzeń

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
----------------------	------------------------	------------------------

<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia; – zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji; – zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji; – zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji; – umie rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów; – zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się; – potrafi określić zbiór wszystkich zdarzeń danego doświadczenia losowego, obliczyć jego moc oraz obliczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu; – potrafi stosować klasyczną definicję prawdopodobieństwa w rozwiązaniach zadań; – zna i rozumie aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa; – zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań; – rozwiązuje zadania za pomocą drzewa stochastycznego; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności; – umie udowodnić własności prawdopodobieństwa; – umie stosować własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań „teoretycznych”; – zna i potrafi stosować wzór Bayesa; – wie i rozumie na czym polega niezależność n zdarzeń ($n \geq 2$) 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi udowodnić, że prawdopodobieństwo warunkowe spełnia warunki aksjomatycznej definicji prawdopodobieństwa; – potrafi udowodnić wzór na prawdopodobieństwo całkowite; – potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa
---	--	---

<ul style="list-style-type: none"> – zna określenie prawdopodobieństwa warunkowego i umie rozwiązywać proste zadania dotyczące takiego prawdopodobieństwa; – zna wzór na prawdopodobieństwo całkowite i potrafi go stosować w rozwiązaniach prostych zadań; – wie, jakie zdarzenia nazywamy niezależnymi; potrafi zbadać, posługując się definicją, czy dwa zdarzenia są niezależne; – potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące niezależności zdarzeń. 		
--	--	--

5. Elementy statystyki opisowej.

Tematyka zajęć:

- Podstawowe pojęcia statystyki. Sposoby prezentowania danych zebranych w wyniku obserwacji statystycznej
- Średnia z próby
- Mediana z próby i moda z próby
- Wariancja i odchylenie standardowe

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna podstawowe pojęcia statystyki opisowej: obserwacja statystyczna, populacja generalna, próba, liczebność próby, cecha statystyczna (mierzalna, niemierzalna) itp.; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać zadania ze statystyki opisowej o średnim stopniu trudności. 	

<ul style="list-style-type: none"> – potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów oraz interpretować te dane; – potrafi określać zależności między odczytanymi danymi; – potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów; – potrafi obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe z próby; – potrafi interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne. 		
---	--	--

6. Geometria przestrzenna

Tematyka zajęć:

- Płaszczyzny i proste w przestrzeni
- Rzut równoległy na płaszczyznę. Rysowanie figur płaskich w rzucie równoległym na płaszczyznę
- Prostopadłość prostych i płaszczyzn w przestrzeni
- Rzut prostokątny na płaszczyznę
- Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych
- Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny
- Graniastopy
- Ostrosłupy
- Siatka wielościanu. Pole powierzchni wielościanu
- Objętość figury przestrzennej. Objętość wielościanów
- Przekroje wielościanów. Konstrukcje
- Przekroje wielościanów – zadania
- Bryły obrotowe. Pole powierzchni brył obrotowych
- Objętość brył obrotowych

- Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii przestrzennej

Wymagania podstawowe	Wymagania dopełniające	Wymagania wykraczające
<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni; – potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni; – potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni; – rysuje figury płaskie w rzucie równoległym na płaszczyznę; – umie scharakteryzować prostopadłość prostej i płaszczyzny; – umie scharakteryzować prostopadłość dwóch płaszczyzn; – rozumie pojęcie odległości punktu od płaszczyzny oraz odległości prostej równoległej do płaszczyzny od tej płaszczyzny; – zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech prostych prostopadłych; – rozumie pojęcie kąta między prostą i płaszczyzną; – rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie posługuje się terminem “kąt liniowy kąta dwuściennego”; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi wyznaczać przekroje wielościanów; – określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną; – potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju bryły daną płaszczyzną (graniastopuła, ostrostuła, walca, stożka, kuli); – potrafi rozwiązywać zadania, w których jedna bryła jest wpisana w drugą lub opisana na niej (ostrostuła wpisana w kulę; kula wpisana w stożek, ostrostuła opisana na kuli, walec wpisany w stożek itp.); – potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach prostych zadań; – potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii; – wykorzystuje wiadomości z analizy matematycznej w rozwiązaniach zadań ze stereometrii. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń.

<ul style="list-style-type: none"> – zna określenie graniastosłupa; umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość graniastosłupa; – zna podział graniastosłupów; – umie narysować siatki graniastosłupów prostych; – zna określenie ostrosłupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw krawędzie boczne, wysokość ostrosłupa; – zna podział ostrosłupów; – umie narysować siatki ostrosłupów prostych; – potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.) oraz obliczyć miary tych kątów; – potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (kąty między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami) oraz obliczyć miary tych kątów; – potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między ścianami oraz obliczyć miarę tego kąta; – zna określenie walca; umie wskazać: podstawy, powierzchnię boczną, tworzącą, oś obrotu walca; – rozumie określenie “przekrój osiowy walca”; – zna określenie stożka; umie wskazać: podstawę, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu stożka; – rozpoznaje w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i 		
---	--	--

<p>płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) oraz oblicza miary tych kątów;</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna określenie kuli; – rozumie pojęcie objętości bryły; – umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych graniastopów; – umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów; – umie obliczyć objętość i pole powierzchni brył obrotowych (stożka, kuli, walca); – potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące brył, w tym z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych wcześniej twierdzeń z geometrii płaskiej. 		
--	--	--